

第3章 ロケットの誘導則

目 次

1 誘導の概要.....	4
1.1 誘導の原理.....	4
1.2 誘導則の概略	6
1.3 誘導則の導出	9
2 N-Iロケットの誘導.....	11
2.1 誘導制御系システムの概要	11
2.2 誘導方式.....	12
2.2.1 誘導座標系及び関連諸量の定義.....	12
2.2.2 ヨー誘導.....	16
2.2.3 目標点到達予想時間の計算	17
3 N-IIロケットの誘導.....	19
4 H-Iロケットの誘導.....	21
4.1 誘導制御系システムの概要	21
4.2 動力飛行フェーズの誘導	25
4.2.1 ピッチ誘導.....	25
4.2.2 ヨー誘導.....	29
4.2.3 目標点到達予想時間の計算	34
4.2.4 目標点までの真近点離角の計算.....	38
4.2.5 目標軌道状態の与え方	41
4.3 慣性飛行フェーズの誘導	45
4.4 誘導操舵コマンドの計算	46
5 H-IIロケットの誘導	48
5.1 誘導制御系システムの概要	48
5.2 誘導方式.....	52
5.2.1 ヨー誘導.....	52
5.2.2 第2段再着火時刻の調整	55
5.2.3 ロール姿勢(バンク角)修正	56
5.2.4 慣性飛行時の姿勢修正	57
5.2.5 3軸誘導操舵	58
6 H-IIAロケットの誘導方式の概要	61
6.1 一定角速度回転ステアリング則.....	61

図 表 リ ス ト

図1-1	誘導の概念	4
図2-1	N-Iロケット電波誘導システム.....	11
図3-1	N-IIロケット誘導制御系システム	20
図4-1	H-Iロケット誘導制御系システム	23
図4-2	H-Iロケット慣性誘導プログラムの機能構成.....	24
図4-3	誘導座標系	27
表4-1	修正線形サイン則によるピッチ誘導則	28
表4-2	速度損失最小化則によるヨー誘導則	33
表4-3	目標点到達予想時間の計算	37
表4-4	目標点までの真近点離角の計算.....	40
表4-5	目標軌道状態量の設定	44
図5-1	H-IIロケット誘導制御系システム	50
図5-2	H-IIロケット慣性誘導プログラムの機能構成	51

1 誘導の概要

1.1 誘導の原理

誘導は下記の主要機能から成り立っている。

(1) 誘導則

現在の軌道状態と目標軌道状態の2点間を最適な経路で飛行するのに必要な姿勢(推力加速度方向の要求姿勢)を求める2点境界値問題を解いて定式化したものである。この2点境界値問題を解くには、運動方程式を近似したり、あるパラメータが時間線形で推移するとかの仮定を入れたり、最適化の付加条件によって各種の誘導則が考案されている。

ここで導出された誘導則に、航法から取得した現在位置及び速度と、定数で設定した目標軌道を入力することで、要求姿勢が求められる。

(2) 目標点到達予想時間の予測

ロケットが目標軌道に到達したときにエンジンを燃焼停止させるため、目標点に到達するまでの予想時間(タイムツーゴー)を予測し、その予測時間がゼロになる時点でエンジンに燃焼停止を指令する。この目標点到達予想時間は、要求姿勢に従って飛行したときに速度あるいは角運動量等が、現在の値から目標の値に到達するのに要する時間として求められる。

(3) 操舵則

誘導則によって求めた要求姿勢に機体姿勢を向けるため、現在姿勢からの修正量を機体回転レートの要求量(誘導コマンドレート)として求め、制御系に指令する。よく使われる方法はクロスプロダクト法と呼ばれる操舵則で、要求姿勢ベクトル(要求推力加速度方向)と機体姿勢ベクトル(実際の推力加速度方向)との外積を取って求めている。ロール姿勢を誘導に含めて3軸の操舵を行う場合には、実際の姿勢から要求姿勢への3軸の回転を表す回転軸とその周りの角度を求める方法が用いられる。

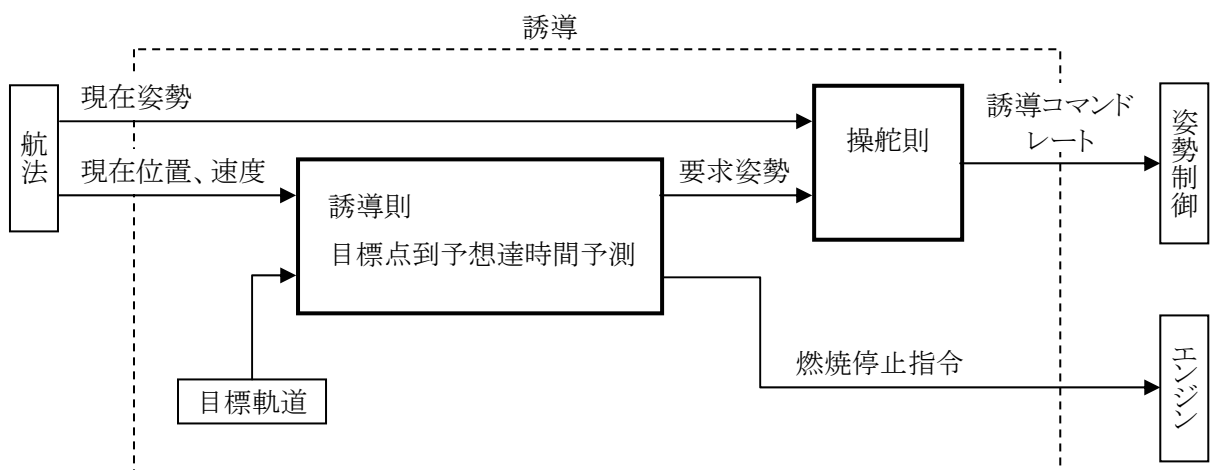


図1-1 誘導の概念

(4) 目標軌道の設定

目標軌道は、一般的には定数で与える。通常は1段及び2段の各エンジン燃焼停止時点に目標点を設定し、それぞれの燃焼期間毎に燃焼停止まで誘導を実施する。飛行経路作成上の制約条件で計画飛行経路が誘導上の最適条件から外れている部分がある場合や、衛星フェアリング分離等の不連続点がある場合には、誘導実施区間を分割して燃焼途中にも誘導目標点を設定する。これらの目標軌道は、ロケット発射直前の飛行モード移行時点(慣性座標系の基点を確定させる時点)の地球に相対的な諸量で設定されるので、発射時刻が変わると赤道座標系から見た目標軌道も地球の自転に伴って変化するが、既に軌道上を周回している宇宙機と同じ軌道に投入したり、地球を脱出する軌道に投入する場合等では、地球から見て同じに見える軌道に投入する訳ではない。このようなミッション軌道に対しては、発射日時の変更に応じて、その時刻変更量の多項式で目標軌道や初期飛行方位角(初期のプログラムレートで設定される)等を設定する。初期飛行方位角を変更する場合は、飛行安全上の厳しい制約の範囲内で行わなければならない。

第1段の誘導開始は、誘導方程式を線形化して姿勢制御系に誘導ループを追加した誘導制御系安定性解析モデルを作成し、安定性解析を実施して十分な安定余有が得られるようになる時点を見つけ、その時点以降から開始するよう設定する。

1.2 誘導則の概略

N-IロケットからH-IIロケットまでの誘導は、軌道面内(ピッチ)と軌道面外(ヨー)に分けて行い、それらピッチ誘導とヨー誘導には下記のように異なる誘導則を採用してきた。実際には修正項が付加されるが、ここでは省略して示す。

(1) N-Iロケット

- ・ピッチ誘導 : (修正)線形サイン則 $\sin \theta = c_1 + c_2 t$
- ・ヨー誘導 : 一定サイン則 $\sin \phi = c_3$

(2) H-Iロケット

- ・ピッチ誘導 : (修正)線形サイン則 $\sin \theta = c_1 + c_2 t$
- ・ヨー誘導 : 速度損失最少化則 $\sin \phi = \lambda (c_3 + c_4 t)$

(3) H-IIロケット

- ・ピッチ誘導 : (修正)線形サイン則 $\sin \theta = c_1 + c_2 t$
- ・ヨー誘導 : (修正)線形サイン則 $\sin \phi = c_3 + c_4 t$

ここでは誘導の概念を簡単に示すため、修正線形サイン則のピッチ誘導について説明する。

現在の軌道から目標軌道に最適な経路で飛行するには、上記の姿勢(線形サイン則、 $\sin \theta = c_1 + c_2 t$)を取ればよいことが誘導則の導出で得られたとすると、その姿勢で飛行しているときの地心半径方向の加速度は次式で表すことができる。

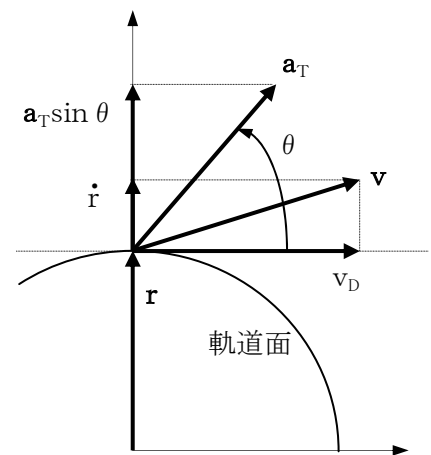
$$\ddot{r} = a_T \sin \theta - \frac{\mu}{r^2} + \frac{v_D^2}{r} \quad \dots\dots\dots (1.2-1)$$

ここで、 a_T : 推力加速度

μ : 地球重力定数

r : 地心半径

v_D : 接線方向速度



上式の右辺第1項は推力加速度成分、第2項は重力加速度成分、第3項は遠心加速度成分である。

修正線形サイン則では、地心半径方向加速度と推力加速度との比が時間線形に推移する、との下記の仮定を付加している。

$$\frac{\ddot{r}}{a_T} = c_1 + c_2 t \quad \dots\dots\dots (1.2-2)$$

このことにより、地心半径方向の加速度は下記のように簡単に表される。

$$\ddot{r} = a_T (c_1 + c_2 t) \quad \dots\dots\dots (1.2-3)$$

この式を積分した結果が目標軌道に達することになるから、下記の式が成立する。

$$\dot{r}_f = \dot{r}_0 + \int_0^T a_T (c_1 + c_2 t) dt = \dot{r}_0 + c_1 \int_0^T a_T dt + c_2 \int_0^T a_T t dt \quad \dots\dots\dots (1.2-4)$$

$$r_f = r_0 + \dot{r}_0 T + \int_0^T \left(\int_0^\tau a_T (c_1 + c_2 t) dt \right) d\tau = r_0 + \dot{r}_0 T + c_1 \int_0^T \left(\int_0^\tau a_T dt \right) d\tau + c_2 \int_0^T \left(\int_0^\tau a_T t dt \right) d\tau \quad \dots\dots\dots (1.2-5)$$

ここで、 $\dot{r}_f$: 目標の地心半径方向速度

r_f : 目標の地心半径

$\dot{r}_0$: 現在の地心半径方向速度

r_0 : 現在の地心半径

T : 現在時点から目標点に到達するまでの時間

従って、上記2式の積分を計算すれば c_1 と c_2 が決定できる。

$$c_1 = \{\dot{r}_f - \dot{r}(0)\} \left\{ \frac{1}{\int_0^T a_T dt} \right\} - c_2 \left\{ \frac{\int_0^T a_T t dt}{\int_0^T a_T dt} \right\} \dots\dots\dots (1.2-6)$$

$$c_2 = \{\dot{r}_f - \dot{r}(0)\} \left\{ \frac{\int_0^T \int_0^\tau a_T dt d\tau}{\left(\int_0^T a_T dt \right) \left(\int_0^T \int_0^\tau a_T dt d\tau \right) - \left(\int_0^T a_T dt \right) \left(\int_0^T \int_0^\tau a_T t dt d\tau \right)} \right\}$$

$$- \{r_f - r(0) - \dot{r}(0)T\} \left\{ \frac{\int_0^T a_T dt}{\left(\int_0^T a_T dt \right) \left(\int_0^T \int_0^\tau a_T dt d\tau \right) - \left(\int_0^T a_T dt \right) \left(\int_0^T \int_0^\tau a_T t dt d\tau \right)} \right\} \dots\dots\dots (1.2-7)$$

よって、最初に示した地心半径方向加速度の(1.2-1)式と上記の係数を含む(1.2-3)式を等値し、 $\sin \theta$ について整理すれば、下記のように要求姿勢が得られる。

$$\sin \theta = c_1 + c_2 t - \frac{\left(\frac{\mu}{r^2} - \frac{v_D^2}{r} \right)}{a_T} \dots\dots\dots (1.2-8)$$

この要求姿勢に従って機体姿勢を動かせば、T秒後に目標軌道に到達することになる。

上記の誘導則の導出手順を簡単に示すと、以下のように表される。

- (1) 運動方程式を立てる。

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}_{\mathbf{x}}(t, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \theta)$$

- (2) 2点境界値問題を解いて最適解(要求姿勢)の式(未定定数を含む)を得る。

$$\Psi(t) = \mathbf{f}_{\Psi}(t, \mathbf{c})$$

- (3) 要求姿勢を用いた運動方程式を立てる。

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}_{\mathbf{z}}(t, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \Psi)$$

$$= \mathbf{f}_{\mathbf{z}}(t, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{c})$$

- (4) 上記(3)項の運動方程式に従って飛行した場合に到達する軌道を予測する。

$$\dot{\mathbf{x}}(T) = \dot{\mathbf{x}}(0) + \int_0^T \ddot{\mathbf{x}}(t) dt$$

$$= \dot{\mathbf{x}}(0) + \int_0^T \mathbf{f}_{\mathbf{z}}(t, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{c}) dt$$

$$\mathbf{x}(T) = \mathbf{x}(0) + \dot{\mathbf{x}}(0)T + \int_0^T \int_0^\tau \ddot{\mathbf{x}}(t) dt d\tau$$

$$= \mathbf{x}(0) + \dot{\mathbf{x}}(0)T + \int_0^T \int_0^\tau \mathbf{f}_{\mathbf{z}}(t, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{c}) dt d\tau$$

- (5) 予測した軌道が目標軌道に一致することとなるから、次式が成立する。

$$\dot{\mathbf{x}}_f = \dot{\mathbf{x}}(T)$$

$$\mathbf{x}_f = \mathbf{x}(T)$$

(6) 予測軌道と目標軌道とを等置した式から未定定数を求める式が導出される。

$$c = f_c(T, x_{(0)}, \dot{x}_{(0)}, x_f, \dot{x}_f)$$

(7) 運動方程式(1)式と(3)式を等値し、それに上記で決定した c を代入して、
現在時刻($t=0$)での要求姿勢を求める。

$$f_x(t, x, \dot{x}, 0) = f_z(t, x, \dot{x}, c) \text{ より}$$

$$\begin{aligned} \theta(0) &= f_{\theta}(t=0, x_{(0)}, \dot{x}_{(0)}, c) \\ &= f_{\theta}(t=0, T, x_{(0)}, \dot{x}_{(0)}, x_f, \dot{x}_f) \end{aligned}$$

この(6)式と(7)式が誘導則の主要な計算部分になる。N-I、H-I、H-II各ロケットでは上記(4)式の積分が簡単に求められるような仮定を導入して解析的に式を導出しているが、N-IIロケットでは多項式近似で運動方程式を与え、この積分を数値積分して求めている。

この式のなかでは目標点到達予想時間(T)を用いて要求姿勢(θ)を求めるようになっているが、目標点到達予想時間(T)を求めるには要求姿勢(θ)が必要であり、両者は鶏と卵の関係にある。これらは周期的に誘導計算が繰り返される中で一緒に収束してゆくので、計算順序は気にしなくて良い。

目標点到達予想時間(T)は、要求姿勢(θ)に従って飛行して目標点に到達したときの速度あるいは軌道角運動量等の軌道パラメータを予測し、その目標値との差から時間を修正する。下記に概略の計算手順を示す。

(1) 目標点到達予想時間の前回値(あるいは初期値)を用い、軌道パラメータを予測する

$$T_p = T_{k-1} - \Delta t \quad : T_{k-1} \text{は前回値、} \Delta t \text{は誘導計算刻み}$$

$$y(T_p) = y(0) + \int_0^{T_p} \dot{y}(t) dt \quad : \text{速度あるいは角運動量等の軌道パラメータの目標点での予測値}$$

(2) 目標点到達予想時間を更新する

$$\Delta T = \frac{y_f - y(T_p)}{\dot{y}(T_p)} \quad : \text{目標点到達予想時間}(T) \text{の補正量}$$

$$T = T_p + \Delta T \quad : \text{目標点到達予想時間}(T) \text{の更新}$$

1.3 誘導則の導出

ロケットの質点運動を軌道面内(ピッチ)と軌道面外(ヨー)に分け、ピッチ面(軌道面)内の運動が推進薬消費量最少で目標点に到達するよう、最適な軌道を決定する2点境界値問題を、変分法を用いて解く。

まず、ピッチ面内の運動は、次の状態量で表される。

$$\left. \begin{aligned} d &= d_{(t)} : \text{ダウンレンジ距離} \\ r &= r_{(t)} : \text{地心半径} \\ v_d &= v_{d(t)} : \text{接線方向速度} \\ v_r &= v_{r(t)} : \text{地心半径方向速度} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.3-1)$$

また、これら状態量は、次の拘束条件の下に運動する。

$$\left. \begin{aligned} \dot{d} &= v_d \\ \dot{r} &= v_r \\ \dot{v}_d &= a_T \cos \theta \\ \dot{v}_r &= a_T \sin \theta - \frac{\mu}{r^2} + \frac{v_d^2}{r} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.3-2)$$

ここで、 a_T : 推力加速度

θ : ピッチ角

μ : 地球重力定数

さらに、境界条件として現在時点($t=0$)と目標点到達時点($t=T$)での状態量が、下記の通り与えられる。

$$\left. \begin{aligned} d_{(0)} &= d_0, \quad r_{(0)} = r_0, \quad v_{d(0)} = v_{d0}, \quad v_{r(0)} = v_{r0} \\ d_{(T)} &= d_f, \quad r_{(T)} = r_f, \quad v_{d(T)} = v_{df}, \quad v_{r(T)} = v_{rf} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.3-3)$$

上記の拘束条件及び境界条件の下に、次の評価関数が最小となるような最適軌道を求めるのが、この場合の2点境界値問題である。

$$J = \int_0^T \dot{m} dt \quad \dots\dots\dots (1.3-4)$$

ここで、 $\dot{m}$: 推進薬質量流率

上記の評価関数において推進薬質量流率($\dot{m}$)を一定と仮定し、また、拘束条件の中の重力及び遠心力による加速度を一定

$$g = \frac{\mu}{r^2} - \frac{v_d^2}{r} \quad \dots\dots\dots (1.3-5)$$

と仮定して変分法を適用すると、

$$\left. \begin{aligned} \text{境界条件} \quad d_{(0)} &= d_0, \quad r_{(0)} = r_0, \quad v_{d(0)} = v_{d0}, \quad v_{r(0)} = v_{r0} \\ d_{(T)} &= d_f, \quad r_{(T)} = r_f, \quad v_{d(T)} = v_{df}, \quad v_{r(T)} = v_{rf} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.3-6)$$

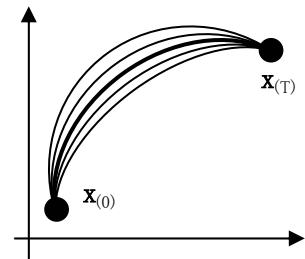
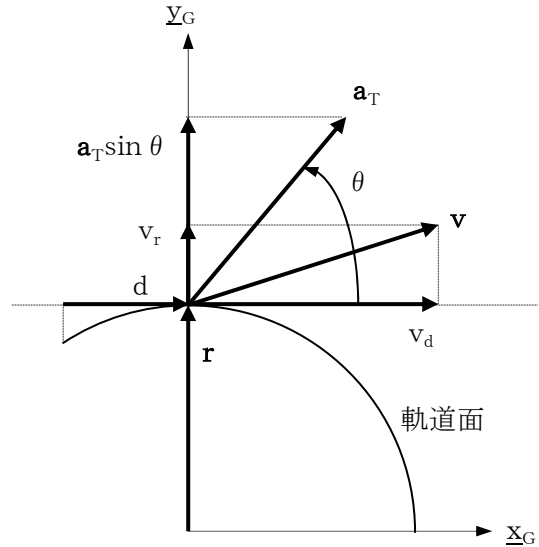
の下で汎関数

$$I = \int_0^T \left\{ \dot{m} + \lambda_1 (\dot{d} - v_d) + \lambda_2 (\dot{r} - v_r) + \lambda_3 (\dot{v}_d - a_T \cos \theta) + \lambda_4 (\dot{v}_r - a_T \sin \theta - g) \right\} dt \quad \dots\dots\dots (1.3-7)$$

を最小化する問題となる。

この汎関数を最適解の近傍で変分を取ると、それはゼロにならねばならず、下記で表される。

$$\delta I = \int_0^T \left\{ (\lambda_1 \delta \dot{d} + \lambda_2 \delta \dot{r} + \lambda_3 \delta \dot{v}_d + \lambda_4 \delta \dot{v}_r) - (\lambda_1 \delta v_d + \lambda_2 \delta v_r - \lambda_3 a_T \sin \theta \delta \theta + \lambda_4 a_T \cos \theta \delta \theta) \right\} dt$$



$$\begin{aligned}
&= [\lambda_1 \delta d + \lambda_2 \delta r + \lambda_3 \delta v_d + \lambda_4 \delta v_r]_0^T - \int_0^T \left\{ \dot{\lambda}_1 \delta d + \dot{\lambda}_2 \delta r + (\dot{\lambda}_3 + \lambda_1) \delta v_d + (\dot{\lambda}_4 + \lambda_2) \delta v_r - a_T (\lambda_3 \sin \theta - \lambda_4 \cos \theta) \delta \theta \right\} dt \\
&= [(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4) \delta \mathbf{x}]_0^T - \int_0^T \left[\left\{ \dot{\lambda}_1, \dot{\lambda}_2, (\dot{\lambda}_3 + \lambda_1), (\dot{\lambda}_4 + \lambda_2) \right\} \delta \mathbf{x} - a_T (\lambda_3 \sin \theta - \lambda_4 \cos \theta) \delta \theta \right] dt \quad \dots\dots\dots (1.3-8) \\
&= 0
\end{aligned}$$

但し、 $\delta \mathbf{x} = (\delta d, \delta r, \delta v_d, \delta v_r)^T$

ここで、境界条件によって両端が固定されている場合は右辺第1項はゼロとなる。また、 $\delta \mathbf{x}$ と $\delta \theta$ は任意に選べるから、次式が成り立つ。

$$\int_0^T (\dot{\lambda}_1, \dot{\lambda}_2, \dot{\lambda}_3 + \lambda_1, \dot{\lambda}_4 + \lambda_2) \delta \mathbf{x} dt = 0 \quad \dots\dots\dots (1.3-9)$$

$$\int_0^T a_T (\lambda_3 \sin \theta - \lambda_4 \cos \theta) \delta \theta dt = 0 \quad \dots\dots\dots (1.3-10)$$

さらに、ここで $\delta \mathbf{x}$ は両端以外では任意に選べるから、下記が成立していなければならない。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\lambda}_1 &= 0 \\ \dot{\lambda}_2 &= 0 \\ \dot{\lambda}_3 + \lambda_1 &= 0 \\ \dot{\lambda}_4 + \lambda_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (1.3-11)$$

同様に、 $\delta \theta$ も任意に選べるから、下記が成立していなければならない。

$$\lambda_3 \sin \theta - \lambda_4 \cos \theta = 0 \quad \dots\dots\dots (1.3-12)$$

従って、上式より下記の式が得られる。

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta = \frac{\lambda_4}{\lambda_3} \quad \dots\dots\dots (1.3-13)$$

また、 $\dot{\lambda}_1 \sim \dot{\lambda}_4$ を積分したものは下記のように表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= -c_1 \\ \lambda_2 &= -c_2 \\ \lambda_3 &= c_3 + c_1 t \\ \lambda_4 &= c_4 + c_2 t \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (1.3-14)$$

これを $\tan \theta$ に代入して次式が得られる。

$$\tan \theta = \frac{c_4 + c_2 t}{c_3 + c_1 t} : \text{双一次タンジェント則} \quad \dots\dots\dots (1.3-15)$$

ここで、ダウンレンジ方向の距離を制御しなければ、つまり $d_{(T)}$ を境界条件から外すと、 δI の第1項において $\delta d_{(T)}$ を任意に選べるので、 $\delta I = 0$ となるためには次の条件が成立しなければならない。

$$\lambda_1 \delta d_{(T)} = 0 \quad \dots\dots\dots (1.3-16)$$

従って、 $\lambda_1 = 0$ でなければならず、 c_1 はゼロとなる。よって次式が得られる。

$$\tan \theta = \frac{c_4 + c_2 t}{c_3} = c_{p1} + c_{p2} t : \text{線形タンジェント則} \quad \dots\dots\dots (1.3-17)$$

上記の式において、 θ があまり大きくない範囲($\pm 45^\circ$ 程度)では、 $\tan \theta \doteq \sin \theta \doteq \theta$ の近似が成り立つので、次式が得られる。

$$\sin \theta = c_{p1} + c_{p2} t : \text{線形サイン則} \quad \dots\dots\dots (1.3-18)$$

$$\theta = c_{p1} + c_{p2} t : \text{イテラティブガイダンスモード (IGM)} \quad \dots\dots\dots (1.3-19)$$

2 N-Iロケットの誘導

2.1 誘導制御系システムの概要

閉ループ誘導において現在の軌道状態を観測する手段である航法は、以下の2つの方式に大別される。

- ・非自立航法(電波航法、GPS航法)
- ・自立航法(慣性航法)

非自立航法は、必要な設備・装置の一部を当該ロケット以外の場所に設置して行う方式で、その設備・装置の設置場所によっては飛行中の誘導の実施に制約を受けることがある。N-Iロケットはこの方式の電波誘導システムを採用しており、図2-1に概略を示す。

N-Iロケットの電波誘導システムでは、レーダによってロケットまでの直距離及び上下角、方位角を測定し、地上の計算機でロケットの現在位置及び速度を求めて誘導操舵指令及び、目標軌道到達時にエンジンを燃焼停止するための装置であるVCS (Velocity Cutoff Switch) 始動指令をレーダを介してロケットに送出している。VCSは、ロケットがエンジン燃焼しながらレーダ局から見えない所まで飛行する場合に、レーダから見える内に燃焼停止タイミングの調整を行うための装置で、始動指令を受信すると加速度を積分して速度増分を求め、それが一定の速度増分に達した時点で燃焼停止信号を出力するものである。ジャイロは、プログラムに設定された基準姿勢を誘導操舵指令で修正した所望姿勢(姿勢指令)によってトルキングされ、さらにロケット自身の回転が印加されて所望姿勢との差分が姿勢誤差として出力されるので、それがゼロになるように姿勢制御装置に操舵信号を指令して所望姿勢を向くように制御される。

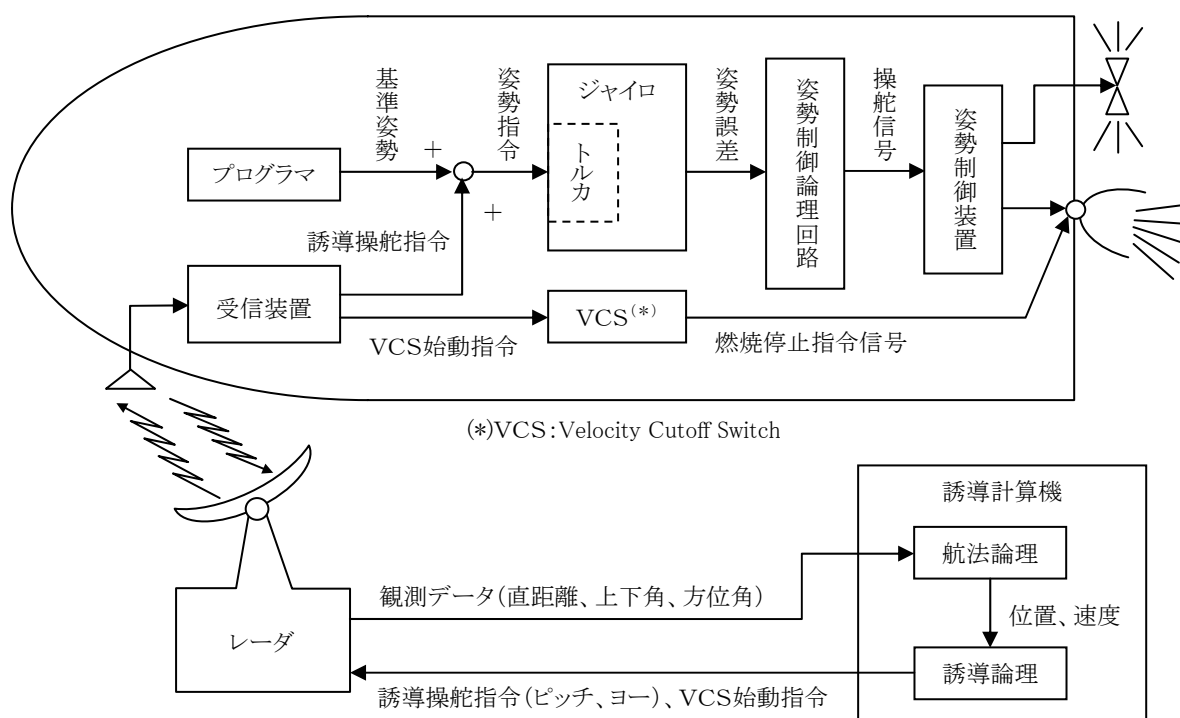


図2-1 N-Iロケット電波誘導システム

2.2 誘導方式

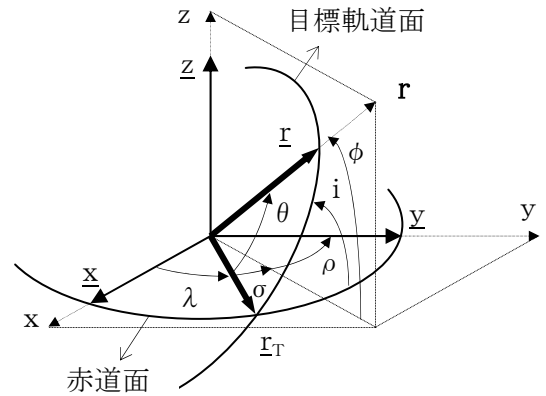
N-Iロケットの誘導則は、ピッチ誘導が修正線形サイン則、ヨー誘導が修正一定サイン則で、目標点到達予想時間(タイムツーゴー)が速度ベクトル法を採用している。ピッチ誘導の修正線形サイン則についてはH-Iロケット及びH-IIロケットでも採用しているが、ヨー誘導の修正一定サイン則及びタイムツーゴーの速度ベクトル法については、N-Iロケットのみである。

ピッチ誘導の修正線形サイン則については、H-Iロケットの項で式の導出過程を説明する。ここでは、ヨー誘導の修正一定サイン則及びタイムツーゴーの速度ベクトル法について解説する。従って、本項の前にH-Iロケットの誘導方式を見て、全体的に理解しておくのが良い。

2.2.1 誘導座標系及び関連諸量の定義

N-Iロケットでの誘導座標系は、現在の地心半径ベクトルを通して軌道傾斜角が目標値に一致する面を目標軌道面とし、その軌道面と赤道面との交線方向にターゲットベクトルを設定する。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{r}_T &\equiv \begin{pmatrix} r_{Tx} \\ r_{Ty} \\ r_{Tz} \end{pmatrix} = [\lambda]_3 \cdot \mathbf{x} = [90 - (\sigma + \rho)]_3 \cdot \mathbf{x} \\
 &= \begin{pmatrix} \cos\{90 - (\sigma + \rho)\} & -\sin\{90 - (\sigma + \rho)\} & 0 \\ \sin\{90 - (\sigma + \rho)\} & \cos\{90 - (\sigma + \rho)\} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \sin(\sigma + \rho) & -\cos(\sigma + \rho) & 0 \\ \cos(\sigma + \rho) & \sin(\sigma + \rho) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\sigma \cos\rho + \cos\sigma \sin\rho \\ \cos\sigma \cos\rho - \sin\sigma \sin\rho \\ 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (2.2.1-1)
 \end{aligned}$$



ここで、 λ : x軸とターゲットベクトルとのなす角

σ : 地心半径ベクトルの赤道面投影線とターゲットベクトルとのなす角

ρ : 地心半径ベクトルの赤道面投影線とy軸とのなす角

上記の図に示した角度は下記で表される。

$$\sin\rho = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \cos\rho = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \dots\dots\dots (2.2.1-2)$$

$$\sin\phi = \frac{z}{r}, \quad \cos\phi = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{r} \dots\dots\dots (2.2.1-3)$$

$$\sin\sigma = \frac{\tan\phi}{\tan i} = \frac{\frac{z}{r}}{\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{r}} \frac{\cos i}{\sin i} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \cot i \dots\dots\dots (2.2.1-4)$$

$$\cos\sigma = \sqrt{1 - \sin^2\sigma} = \sqrt{1 - \frac{z^2}{x^2 + y^2} \cot^2 i} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \sqrt{x^2 + y^2 - z^2 \cot^2 i} \dots\dots\dots (2.2.1-5)$$

ここで、 Φ : 地心半径ベクトルの赤道面とのなす角

i : 目標軌道傾斜角

従って、ターゲットベクトルは次式で表される。

$$\mathbf{r}_T \equiv \begin{pmatrix} r_{Tx} \\ r_{Ty} \\ r_{Tz} \end{pmatrix} = \frac{1}{x^2 + y^2} \begin{pmatrix} yz \cot i \pm x \sqrt{x^2 + y^2 - z^2 \cot^2 i} \\ -xz \cot i \pm y \sqrt{x^2 + y^2 - z^2 \cot^2 i} \\ 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (2.2.1-6)$$

ここで、 x, y, z : 現時点における地心半径ベクトルの慣性座標系各成分

i : 目標軌道傾斜角

誘導計算を行うための誘導座標系は、現在の地心半径ベクトルとターゲットベクトルが成す面（目標軌道面）に2軸、その面に垂直に1軸を下記のように設定する。

$$\underline{y}_G = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \dots\dots\dots (2.2.1-7)$$

$$\underline{z}_G = \frac{\mathbf{r}_T \times \underline{y}_G}{|\mathbf{r}_T \times \underline{y}_G|} \dots\dots\dots (2.2.1-8)$$

$$\underline{x}_G = \underline{y}_G \times \underline{z}_G \dots\dots\dots (2.2.1-9)$$

ここで、 $\mathbf{r}$: 地心半径ベクトル

また、上記の誘導座標系を用いて下記のパラメータが定義できる。

$$\mathbf{r}_T = \sin \theta \underline{x}_G + \cos \theta \underline{y}_G \dots\dots\dots (2.2.1-10)$$

$$\mathbf{v} = v_D \underline{x}_G + \dot{r} \underline{y}_G + v_y \underline{z}_G \dots\dots\dots (2.2.1-11)$$

$$\mathbf{a}_T = a_T (\Psi_R \underline{x}_G + \Psi_P \underline{y}_G + \Psi_Y \underline{z}_G) \dots\dots\dots (2.2.1-12)$$

ここで、 θ : 現在地心半径ベクトルからターゲットベクトルまでの角度

$\mathbf{v}$: 慣性速度ベクトル

v_D : 接線方向速度 ($\underline{x}_G$ 軸成分)

$\dot{r}$: 地心半径方向速度 ($\underline{y}_G$ 軸成分)

v_y : ヨー方向速度 ($\underline{z}_G$ 軸成分)

$\mathbf{a}_T$: 推力加速度ベクトル

Ψ_R : 推力加速度ベクトルの方向余弦 ($\underline{x}_G$ 軸成分)

Ψ_P : 推力加速度ベクトルの方向余弦 (ピッチ姿勢) ($\underline{y}_G$ 軸成分)

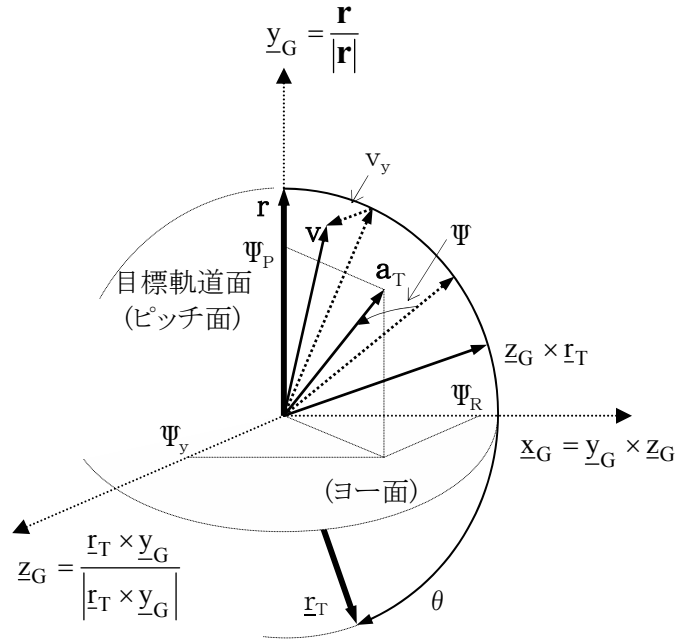
Ψ_Y : 推力加速度ベクトルの方向余弦 (ヨー姿勢) ($\underline{z}_G$ 軸成分)

次に、慣性速度 (2.2.1-11) 式を微分して加速度を求める。

$$\mathbf{v} = \mathbf{D}_G^I \cdot \mathbf{v}_G = v_D \underline{x}_G + \dot{r} \underline{y}_G + v_y \underline{z}_G \dots\dots\dots (2.2.1-13)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{v}} &\equiv \mathbf{a} = \dot{\mathbf{D}}_G^I \cdot \mathbf{v}_G + \mathbf{D}_G^I \cdot \dot{\mathbf{v}}_G = \mathbf{D}_G^I \cdot [\boldsymbol{\omega}_G \times] \cdot \mathbf{v}_G + \mathbf{D}_G^I \cdot \dot{\mathbf{v}}_G = \mathbf{D}_G^I \cdot ([\boldsymbol{\omega}_G \times] \cdot \mathbf{v}_G + \dot{\mathbf{v}}_G) \\ &= (\underline{x}_G, \underline{y}_G, \underline{z}_G) \cdot \left\{ \begin{pmatrix} 0 & -\omega_{ZG} & \omega_{YG} \\ \omega_{ZG} & 0 & -\omega_{XG} \\ -\omega_{YG} & \omega_{XG} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_D \\ \dot{r} \\ v_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{v}_D \\ \ddot{r} \\ \dot{v}_y \end{pmatrix} \right\} \dots\dots\dots (2.2.1-14) \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{D}_G^I = (\underline{x}_G, \underline{y}_G, \underline{z}_G)$: 誘導座標系の方向余弦マトリクス



$$\mathbf{v}_G = \begin{pmatrix} v_D \\ \dot{\mathbf{r}} \\ v_y \end{pmatrix} : \text{誘導座標系における速度}$$

$$\dot{\mathbf{v}}_G = \begin{pmatrix} \dot{v}_D \\ \ddot{\mathbf{r}} \\ \dot{v}_y \end{pmatrix} : \text{誘導座標系における加速度}$$

ところで、慣性座標系における加速度は空気力を無視すれば、推力加速度と重力加速度で次式のように表される。

$$\mathbf{a} \equiv \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{a}_T - \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} \quad \dots\dots\dots (2.2.1-15)$$

ここで、 μ : 地球重力定数

従って、これを誘導座標系に変換し、(2.2.1-14)式の加速度も誘導座標系に変換して等値すれば

$$\begin{aligned} (\underline{x}_G, \underline{y}_G, \underline{z}_G)^T \cdot \left(\mathbf{a}_T - \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} \right) &= a_T \begin{pmatrix} \psi_R \\ \psi_P \\ \psi_Y \end{pmatrix} - \frac{\mu}{r^2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -\omega_{ZG} & \omega_{YG} \\ \omega_{ZG} & 0 & -\omega_{XG} \\ -\omega_{YG} & \omega_{XG} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_D \\ \dot{\mathbf{r}} \\ v_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{v}_D \\ \ddot{\mathbf{r}} \\ \dot{v}_y \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (2.2.1-16) \end{aligned}$$

よって、誘導座標系から見た加速度は次式で表される。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{v}}_G \equiv \begin{pmatrix} \dot{v}_D \\ \ddot{\mathbf{r}} \\ \dot{v}_y \end{pmatrix} &= a_T \begin{pmatrix} \psi_R \\ \psi_P \\ \psi_Y \end{pmatrix} - \frac{\mu}{r^2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -\omega_{ZG} & \omega_{YG} \\ \omega_{ZG} & 0 & -\omega_{XG} \\ -\omega_{YG} & \omega_{XG} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_D \\ \dot{\mathbf{r}} \\ v_y \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a_T \psi_R + \dot{\mathbf{r}} \omega_{ZG} - v_y \omega_{YG} \\ a_T \psi_P - \frac{\mu}{r^2} - v_D \omega_{ZG} + v_y \omega_{XG} \\ a_T \psi_Y + v_D \omega_{YG} - \dot{\mathbf{r}} \omega_{XG} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (2.2.1-17) \end{aligned}$$

ここで、 $\boldsymbol{\omega}_G = \omega_{XG} \underline{x}_G + \omega_{YG} \underline{y}_G + \omega_{ZG} \underline{z}_G$: 誘導座標系の回転角速度

誘導座標系の回転角速度は、誘導座標系の各軸ベクトルを微分して求められる。

$$\begin{aligned} \underline{y}_G &= \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} = \frac{\mathbf{r}}{\sqrt{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}}} \\ \dot{\underline{y}}_G &= \frac{(\sqrt{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}}) \dot{\mathbf{r}} - \left(\frac{\dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}}{\sqrt{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}}} \right) \mathbf{r}}{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}} = \frac{\mathbf{v}}{\sqrt{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}}} - \frac{\mathbf{v} \cdot \frac{\mathbf{r}}{\sqrt{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}}}}{\sqrt{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}}} \frac{\mathbf{r}}{\sqrt{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}}} = \frac{\mathbf{v}}{r} - \frac{\mathbf{v} \cdot \underline{y}_G}{r} \underline{y}_G \\ &= \frac{v_D \underline{x}_G + \dot{\mathbf{r}} \underline{y}_G + v_y \underline{z}_G}{r} - \frac{\dot{\mathbf{r}}}{r} \underline{y}_G = \frac{v_D}{r} \underline{x}_G + \frac{v_y}{r} \underline{z}_G \quad \dots\dots\dots (2.2.1-18) \end{aligned}$$

次にターゲットベクトル(2.2.1-10)式を微分して(2.2.1-18)式を代入すれば

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}}_T &= \dot{\theta} \cos \theta \underline{x}_G + \sin \theta \dot{\underline{x}}_G - \dot{\theta} \sin \theta \underline{y}_G + \cos \theta \dot{\underline{y}}_G \\ &= \cos \theta \left(\dot{\theta} + \frac{v_D}{r} \right) \underline{x}_G - \dot{\theta} \sin \theta \underline{y}_G + \frac{v_y \cos \theta}{r} \underline{z}_G + \sin \theta \dot{\underline{x}}_G \quad \dots\dots\dots (2.2.1-19) \end{aligned}$$

上記より

$$\dot{\underline{x}}_G = -\cot \theta \left(\dot{\theta} + \frac{v_D}{r} \right) \underline{x}_G + \dot{\theta} \underline{y}_G - \frac{v_y \cot \theta}{r} \underline{z}_G + \frac{1}{\sin \theta} \dot{\mathbf{r}}_T \quad \dots\dots\dots (2.2.1-20)$$

さらに $\underline{z}_G$ 軸ベクトルを微分して

$$\begin{aligned}
 \underline{z}_G &= \frac{\underline{r}_T \times \underline{y}_G}{\sqrt{(\underline{r}_T \times \underline{y}_G) \cdot (\underline{r}_T \times \underline{y}_G)}} \\
 \dot{\underline{z}}_G &= \frac{\sqrt{(\underline{r}_T \times \underline{y}_G) \cdot (\underline{r}_T \times \underline{y}_G)} \left\{ (\dot{\underline{r}}_T \times \underline{y}_G) + (\underline{r}_T \times \dot{\underline{y}}_G) \right\} - \frac{(\dot{\underline{r}}_T \times \underline{y}_G) \cdot (\underline{r}_T \times \underline{y}_G) + (\underline{r}_T \times \dot{\underline{y}}_G) \cdot (\underline{r}_T \times \underline{y}_G)}{\sqrt{(\underline{r}_T \times \underline{y}_G) \cdot (\underline{r}_T \times \underline{y}_G)}} (\underline{r}_T \times \underline{y}_G)}{(\underline{r}_T \times \underline{y}_G) \cdot (\underline{r}_T \times \underline{y}_G)} \\
 &= \frac{\left\{ (\dot{\underline{r}}_T \times \underline{y}_G) + (\underline{r}_T \times \dot{\underline{y}}_G) \right\} - \left\{ (\dot{\underline{r}}_T \times \underline{y}_G) \cdot \underline{z}_G + (\underline{r}_T \times \dot{\underline{y}}_G) \cdot \underline{z}_G \right\} \underline{z}_G}{\sqrt{(\underline{r}_T \times \underline{y}_G) \cdot (\underline{r}_T \times \underline{y}_G)}} \\
 &\quad \langle\langle \text{スカラー三重積}(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \cdot \mathbf{a} \rangle\rangle \text{より} \\
 &= \frac{\left\{ (\dot{\underline{r}}_T \times \underline{y}_G) + (\underline{r}_T \times \dot{\underline{y}}_G) \right\} - \left\{ (\underline{y}_G \times \underline{z}_G) \cdot \dot{\underline{r}}_T + (\dot{\underline{y}}_G \times \underline{z}_G) \cdot \underline{r}_T \right\} \underline{z}_G}{\sqrt{(\underline{r}_T \times \underline{y}_G) \cdot (\underline{r}_T \times \underline{y}_G)}} \\
 &= \frac{\cos \theta \left(\dot{\theta} + \frac{v_D}{r} \right) \underline{z}_G - \frac{v_y \cos \theta}{r} \underline{x}_G + \sin \theta (\dot{\underline{x}}_G \times \underline{y}_G) - \frac{v_D \cos \theta}{r} \underline{z}_G - \frac{v_y \sin \theta}{r} \underline{y}_G + \frac{v_y \cos \theta}{r} \underline{x}_G}{\sin \theta} \\
 &\quad - \frac{\cos \theta \left(\dot{\theta} + \frac{v_D}{r} \right) + \sin \theta (\underline{x}_G \cdot \dot{\underline{x}}_G) - \frac{v_D \cos \theta}{r}}{\sin \theta} \underline{z}_G \\
 &= -\frac{v_y}{r} \underline{y}_G + (\dot{\underline{x}}_G \times \underline{y}_G) - (\underline{x}_G \cdot \dot{\underline{x}}_G) \underline{z}_G \\
 &= -\frac{v_y}{r} \underline{y}_G - \cot \theta \left(\dot{\theta} + \frac{v_D}{r} \right) \underline{z}_G + \frac{v_y \cot \theta}{r} \underline{x}_G + \frac{1}{\sin \theta} (\dot{\underline{r}}_T \times \underline{y}_G) + \cot \theta \left(\dot{\theta} + \frac{v_D}{r} \right) \underline{z}_G - \frac{1}{\sin \theta} (\underline{x}_G \cdot \dot{\underline{r}}_T) \underline{z}_G \\
 &= \frac{v_y \cot \theta}{r} \underline{x}_G - \frac{v_y}{r} \underline{y}_G + \frac{1}{\sin \theta} (\dot{\underline{r}}_T \times \underline{y}_G) - \frac{1}{\sin \theta} \{ (\dot{\underline{r}}_T \cdot \underline{z}_G) \underline{x}_G - \dot{\underline{r}}_T \times (\underline{x}_G \times \underline{z}_G) \} \\
 &= \frac{v_y \cot \theta}{r} \underline{x}_G - \frac{v_y}{r} \underline{y}_G + \frac{1}{\sin \theta} (\dot{\underline{r}}_T \times \underline{y}_G) - \frac{1}{\sin \theta} \{ (\dot{\underline{r}}_T \cdot \underline{z}_G) \underline{x}_G + \dot{\underline{r}}_T \times \underline{y}_G \} \\
 &= \frac{v_y \cot \theta}{r} \underline{x}_G - \frac{v_y}{r} \underline{y}_G - \frac{\dot{\underline{r}}_T \cdot \underline{z}_G}{\sin \theta} \underline{x}_G \quad \dots\dots\dots (2.2.1-21)
 \end{aligned}$$

誘導座標系の方向余弦マトリクスの微係数は次のように表されるから

$$(\dot{\underline{x}}_G, \dot{\underline{y}}_G, \dot{\underline{z}}_G) = (\underline{x}_G, \underline{y}_G, \underline{z}_G) \cdot [\boldsymbol{\omega}_G \times] = (\underline{x}_G, \underline{y}_G, \underline{z}_G) \cdot \begin{pmatrix} 0 & -\omega_{ZG} & \omega_{YG} \\ \omega_{ZG} & 0 & -\omega_{XG} \\ -\omega_{YG} & \omega_{XG} & 0 \end{pmatrix}$$

上記の式と(2.2.1-18)式及び(2.2.1-21)式を対比して、誘導座標系の回転角速度は下記のように表される。

$$\omega_{XG} = \frac{v_y}{r} \quad \dots\dots\dots (2.2.1-22)$$

$$\omega_{YG} = \frac{v_y \cot \theta}{r} - \frac{\dot{\underline{r}}_T \cdot \underline{z}_G}{\sin \theta} \quad \dots\dots\dots (2.2.1-23)$$

$$\omega_{ZG} = -\frac{v_D}{r} \quad \dots\dots\dots (2.2.1-24)$$

また、(2.2.1-17)式の誘導座標系での加速度は、誘導座標系の回転角速度を代入して下記のように表

される。

$$\dot{\mathbf{v}}_G \equiv \begin{pmatrix} \dot{v}_D \\ \ddot{r} \\ \dot{v}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_T \psi_R - \frac{v_D \dot{r}}{r} - v_y \left(\frac{v_y \cot \theta}{r} - \frac{\dot{r}_T \cdot \underline{z}_G}{\sin \theta} \right) \\ a_T \psi_P - \frac{\mu}{r^2} + \frac{v_D^2}{r} + \frac{v_y^2}{r} \\ a_T \psi_Y + v_D \left(\frac{v_y \cot \theta}{r} - \frac{\dot{r}_T \cdot \underline{z}_G}{\sin \theta} \right) - \frac{\dot{r} v_y}{r} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (2.2.1-25)$$

2.2.2 ヨー誘導

ヨー誘導は、下記の式で定義されるヨー方向の速度をゼロに制御する方式である。

$$v_y = \mathbf{v} \cdot \underline{z}_G = \mathbf{v} \cdot \frac{\underline{r}_T \times \mathbf{r}}{|\underline{r}_T \times \mathbf{r}|} = \mathbf{v} \cdot \frac{\underline{r}_T \times \mathbf{r}}{\sqrt{(\underline{r}_T \times \mathbf{r}) \cdot (\underline{r}_T \times \mathbf{r})}} \dots\dots\dots (2.2.2-1)$$

ヨー方向の加速度は(2.2.1-25)式に示した通りであるが、このヨー速度を微分しても同様に得られる。

$$\begin{aligned} \dot{v}_y &= \dot{\mathbf{v}} \cdot \frac{(\underline{r}_T \times \mathbf{r})}{\sqrt{(\underline{r}_T \times \mathbf{r}) \cdot (\underline{r}_T \times \mathbf{r})}} \\ &\quad + \mathbf{v} \cdot \frac{\sqrt{(\underline{r}_T \times \mathbf{r}) \cdot (\underline{r}_T \times \mathbf{r})} \{(\dot{\underline{r}}_T \times \mathbf{r}) + (\underline{r}_T \times \dot{\mathbf{r}})\} - \frac{(\dot{\underline{r}}_T \times \mathbf{r}) \cdot (\underline{r}_T \times \mathbf{r}) + (\underline{r}_T \times \dot{\mathbf{r}}) \cdot (\underline{r}_T \times \mathbf{r})}{\sqrt{(\underline{r}_T \times \mathbf{r}) \cdot (\underline{r}_T \times \mathbf{r})}} (\underline{r}_T \times \mathbf{r})}{(\underline{r}_T \times \mathbf{r}) \cdot (\underline{r}_T \times \mathbf{r})} \\ &= \left(\mathbf{a}_T - \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} \right) \cdot \underline{z}_G + \mathbf{v} \cdot \frac{(\dot{\underline{r}}_T \times \mathbf{r}) + (\underline{r}_T \times \dot{\mathbf{r}})}{\sqrt{(\underline{r}_T \times \mathbf{r}) \cdot (\underline{r}_T \times \mathbf{r})}} - \mathbf{v} \cdot \frac{(\dot{\underline{r}}_T \times \mathbf{r}) \cdot \underline{z}_G + (\underline{r}_T \times \dot{\mathbf{r}}) \cdot \underline{z}_G}{\sqrt{(\underline{r}_T \times \mathbf{r}) \cdot (\underline{r}_T \times \mathbf{r})}} \underline{z}_G \\ &= a_T \psi_Y + \frac{r(\dot{\underline{r}}_T \times \underline{y}_G) \cdot \mathbf{v}}{r \sin \theta} + \frac{(\underline{r}_T \times \dot{\mathbf{r}}) \cdot \mathbf{v}}{r \sin \theta} - \frac{r(\dot{\underline{r}}_T \times \underline{y}_G) \cdot \underline{z}_G}{r \sin \theta} (\mathbf{v} \cdot \underline{z}_G) - \frac{(\underline{r}_T \times \dot{\mathbf{r}}) \cdot \underline{z}_G}{r \sin \theta} (\mathbf{v} \cdot \underline{z}_G) \end{aligned}$$

ここで $\left. \begin{aligned} (\dot{\underline{r}}_T \times \underline{y}_G) \cdot \mathbf{v} &= (\underline{y}_G \times \mathbf{v}) \cdot \dot{\underline{r}}_T = (v_y \underline{x}_G - v_D \underline{z}_G) \cdot \dot{\underline{r}}_T = v_y (\underline{x}_G \cdot \dot{\underline{r}}_T) - v_D (\underline{z}_G \cdot \dot{\underline{r}}_T) \\ (\underline{r}_T \times \dot{\mathbf{r}}) \cdot \mathbf{v} &= (\mathbf{v} \times \mathbf{v}) \cdot \underline{r}_T = 0 \\ (\dot{\underline{r}}_T \times \underline{y}_G) \cdot \underline{z}_G &= (\underline{y}_G \times \underline{z}_G) \cdot \dot{\underline{r}}_T = \underline{x}_G \cdot \dot{\underline{r}}_T \\ (\underline{r}_T \times \dot{\mathbf{r}}) \cdot \underline{z}_G &= (\mathbf{v} \times \underline{z}_G) \cdot \underline{r}_T = (\dot{r} \underline{x}_G - v_D \underline{y}_G) \cdot \underline{r}_T = \dot{r} \sin \theta - v_D \cos \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.2.2-2)$

これらを代入して

$$\begin{aligned} \dot{v}_y &= a_T \psi_Y + \frac{v_y (\underline{x}_G \cdot \dot{\underline{r}}_T) - v_D (\underline{z}_G \cdot \dot{\underline{r}}_T)}{\sin \theta} - \frac{v_y (\underline{x}_G \cdot \dot{\underline{r}}_T)}{\sin \theta} - \frac{v_y (\dot{r} \sin \theta - v_D \cos \theta)}{r \sin \theta} \\ &= a_T \psi_Y - v_y \left(\frac{\dot{r}}{r} - \frac{v_D \cot \theta}{r} \right) - v_D \frac{\dot{r}_T \cdot \underline{z}_G}{\sin \theta} \dots\dots\dots (2.2.2-3) \end{aligned}$$

ヨー誘導はヨー姿勢が一定と仮定して下記で表す。

$$\sin \psi = c_y \dots\dots\dots (2.2.2-4)$$

この場合、ヨー方向加速度は下記のように表される。

$$\dot{v}_y = a_T \sin \psi = a_T c_y \dots\dots\dots (2.2.2-5)$$

これを積分すると

$$v_{y(T)} = v_{y(0)} + c_y \int_0^T a_T dt = v_{y(0)} + c_y \Delta v \dots\dots\dots (2.2.2-6)$$

但し、推力加速度の積分は下記で表される。

$$\begin{aligned}\Delta v &= \int_0^T a_T dt = \int_0^T \frac{c^*}{\tau_m - t} dt = -c^* \int_{\tau_m}^{\tau_m - T} \frac{1}{u} du = -c^* \ln(u) \Big|_{\tau_m}^{\tau_m - T} = -c^* \ln\left(\frac{\tau_m - T}{\tau_m}\right) \\ &= -c^* \ln\left(1 - \frac{T}{\tau_m}\right) \dots\dots\dots (2.2.2-7)\end{aligned}$$

上記の(2.2.2-6)式において境界条件 $v_{y(T)}=v_{yf}$ 、 $v_{y(0)}=v_y$ を適用して未定定数 c_y を導くと

$$c_y = \frac{v_{yf} - v_y}{\Delta v} \dots\dots\dots (2.2.2-8)$$

従って、(2.2.2-3)式と(2.2.2-5)式を等値してヨー要求姿勢が求められる。

$$\Psi_{YD} = \frac{v_{yf} - v_y}{\Delta v} + \frac{v_y}{a_T} \left(\frac{\dot{r}}{r} - \frac{v_D}{r} \cot \theta \right) + \frac{v_D}{a_T \sin \theta} (\dot{r}_T \cdot Z_G) \dots\dots\dots (2.2.2-9)$$

2.2.3 目標点到達予想時間の計算

目標点到達予想時間(Time to go)は、目標速度に達するまでに獲得する速度増分を求め、その速度増分を得るのに必要な時間を求める方法である。

まず、誘導座標系における加速度が(2.2.1-25)式で表されるので、この式の推力加速度を積分して得られる速度増分(Velocity to be Gained)は、誘導座標系から見た姿勢が一定とすれば下記で表される。

$$\Delta \mathbf{V} = \Delta v \begin{pmatrix} \Psi_R \\ \Psi_P \\ \Psi_Y \end{pmatrix} \dots\dots\dots (2.2.3-1)$$

ここで、 Ψ_R 、 Ψ_P 、 Ψ_Y : 誘導座標系から見た推力加速度ベクトルの方向余弦

また、重力と遠心力による加速度の積分は次式で簡単に表すことができる。

$$g = \frac{\mu}{r^2} - \frac{v^2 - \dot{r}^2}{r} \dots\dots\dots (2.2.3-2)$$

$$v_g = \frac{T}{2} \left(\frac{\mu}{r^2} - \frac{v^2 - \dot{r}^2}{r} + \frac{\mu}{r_f^2} - \frac{v_f^2 - \dot{r}_f^2}{r_f} \right) \dots\dots\dots (2.2.3-3)$$

$$\mathbf{V}_g = v_g \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (2.2.3-4)$$

従って、目標軌道に到達した地点では下式が成り立つから

$$\mathbf{V}_f = \mathbf{V} + \Delta \mathbf{V} - \mathbf{V}_g = (v_D + \Delta v \Psi_R) \underline{x}_G + (\dot{r} + \Delta v \Psi_P - v_g) \underline{y}_G + (v_y + \Delta v \Psi_Y) \underline{z}_G \dots\dots\dots (2.2.3-5)$$

この両辺の絶対値をとり

$$\begin{aligned}v_f^2 &= (v_D + \Delta v \Psi_R)^2 + (\dot{r} + \Delta v \Psi_P - v_g)^2 + (v_y + \Delta v \Psi_Y)^2 \\ &= v_D^2 + (\dot{r} - v_g)^2 + v_y^2 + \Delta v^2 (\Psi_R^2 + \Psi_P^2 + \Psi_Y^2) + 2\Delta v \{v_D \Psi_R + (\dot{r} - v_g) \Psi_P + v_y \Psi_Y\} \\ &= v_D^2 + (\dot{r} - v_g)^2 + v_y^2 + \Delta v^2 + 2\Delta v \{v_D \Psi_R + (\dot{r} - v_g) \Psi_P + v_y \Psi_Y\} \dots\dots\dots (2.2.3-6)\end{aligned}$$

上式から Δv を求めると

$$\begin{aligned}\Delta v^2 + 2\Delta v \{v_D \Psi_R + (\dot{r} - v_g) \Psi_P + v_y \Psi_Y\} - \{v_f^2 - v_D^2 - (\dot{r} - v_g)^2 - v_y^2\} &= \Delta v^2 + 2\Delta v \xi - \sigma = 0 \\ \Delta v &= \frac{-2\xi \pm \sqrt{4\xi^2 + 4\sigma}}{2} = \sqrt{\xi^2 + \sigma} - \xi \dots\dots\dots (2.2.3-7)\end{aligned}$$

$$\text{ここで、} \xi = v_D \Psi_R + (\dot{r} - v_g) \Psi_P + v_y \Psi_Y \dots\dots\dots (2.2.3-8)$$

$$\sigma = v_f^2 - v_D^2 - (\dot{r} - v_g)^2 - v_y^2 \dots\dots\dots (2.2.3-9)$$

従って、タイムツーゴーは(2.2.2-7)式を逆に解いて次式で求められる。

$$T = \tau_m \left(1 - e^{-\frac{\Delta v}{c^*}} \right) = \frac{c^*}{a_T} \left(1 - e^{-\frac{\Delta v}{c^*}} \right) \dots\dots\dots (2.2.3-10)$$

また、上記の(2.2.3-10)式でタイムツーゴーを求める前に現れるタイムツーゴーは、下記のように前回値を用いて予測したものを使用する。

$$T = T_{k-1} - \Delta t \dots\dots\dots (2.2.3-11)$$

3 N-IIロケットの誘導

N-IIロケットは全段、技術導入され、ストラップダウン型の誘導装置は完全なブラックボックスとして扱われた。慣性センサは、30deg/sec程度のダイナミックレンジを有した2自由度のチューンド・ドライ・ジャイロを、3個スキュー配置して冗長系を構成している。慣性センサの初期アライメントは方位方向を光学方式で、水平レベルを加速度計データを用いて行っている。

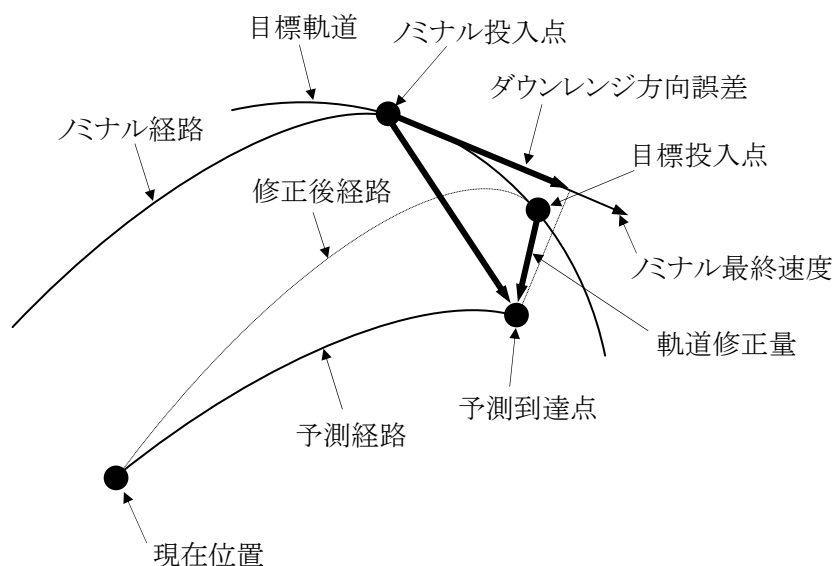
搭載計算機はコアメモリを用い、1語24ビットで8k語搭載していた。固定小数点方式の演算を行い、演算結果は制御電子装置や信号分配器等に直接、信号出力するインタフェースを有している。

誘導は、ノミナル加速度とプログラムレートをを用いて現在位置、速度、姿勢を伝搬して到達できる軌道を予測し、その予測到達点とノミナル投入点との軌道誤差を求める。最終的に軌道に投入される点は、目標軌道上のどの位置でも構わないので、ダウンレンジ方向のずれは修正する必要がある。そこで軌道誤差をノミナル最終速度方向に投影してダウンレンジ方向誤差を求める。次に、ノミナル最終速度でダウンレンジ方向誤差の距離を飛行するのに要する時間を投入点補正時間として求め、この時間だけ目標軌道に沿ってノミナル投入点から慣性飛行した所を目標投入点として設定する。

このようにして設定した目標投入点と予測到達点との差を軌道修正量とし、それを修正するための修正加速度プロファイルを求める。修正加速度は、軌道修正に必要な推進薬消費量が最少になるように最適化した式を用いる。さらに、この修正加速度プロファイルから誘導コマンドレートを求める。

修正加速度プロファイルや誘導コマンドレートは、次の計算サイクルでの軌道予測に反映されず、毎回ノミナル加速度とプログラムレートのみで軌道予測しているため、計算パラメータが収束して落ち着くという状態にならないで、かなりの変動が継続する状況を示すのが特徴的である。

これらの演算は、軌道をピッチ面とヨー面に分けずに、ベクトル演算で求めている。下図に誘導の概念を示す。



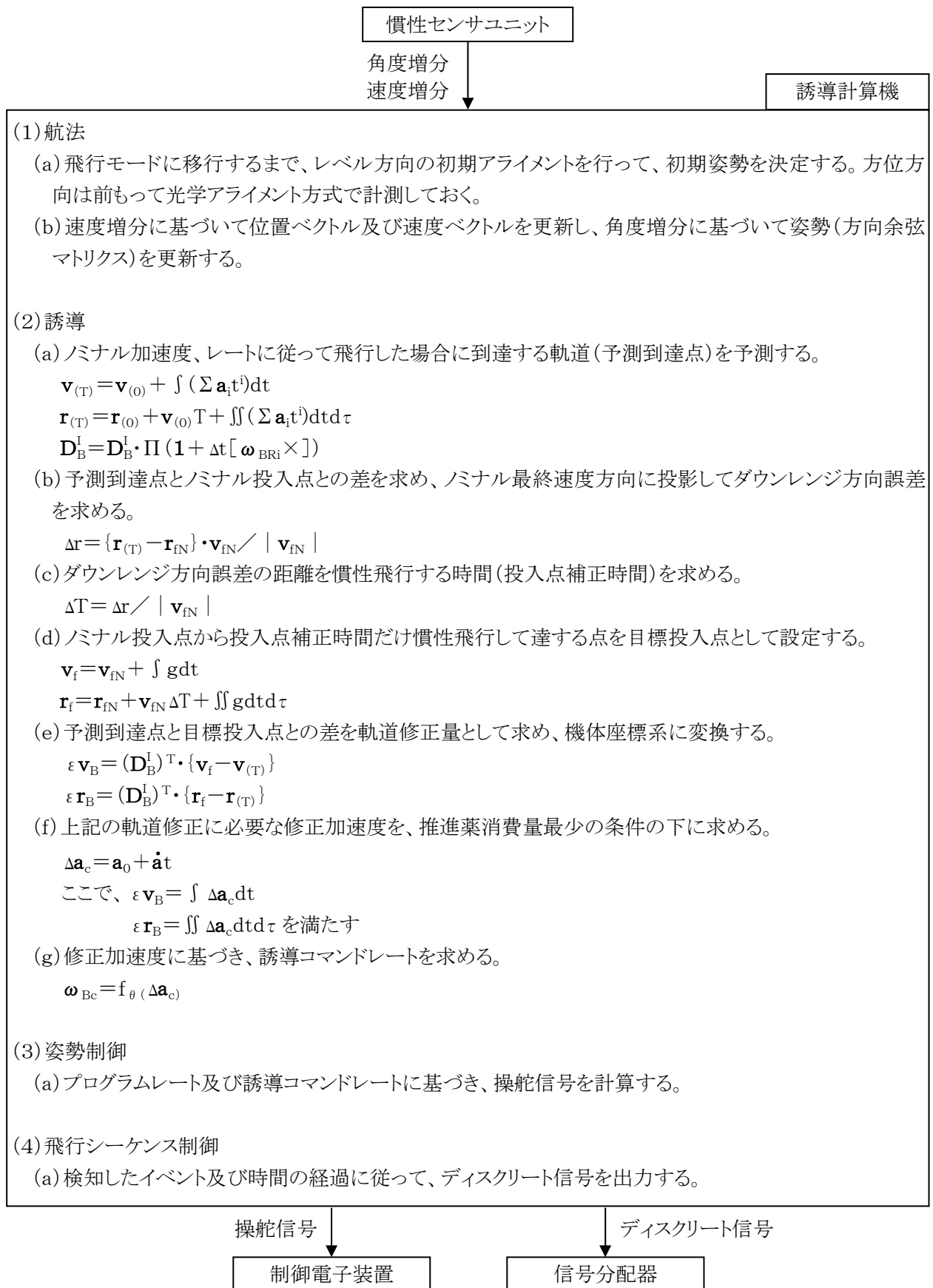


図3-1 N-IIロケット誘導制御系システム

4 H-Iロケットの誘導

4.1 誘導制御系システムの概要

H-Iロケットは液化水素と液化酸素を燃料及び酸化剤に用いた第2段エンジン、慣性誘導装置及び、第3段固体モータの国産化を目玉に開発が行われた。

慣性誘導装置(NICE: NASDA Inertial Guidance and Control Equipment)は、慣性プラットフォーム型の慣性センサユニット(IMU)、慣性誘導計算機(IGC)、慣性誘導プログラム(IGP)、レートジャイロ・パッケージ(RG-PKG)、データ・インタフェース・ユニット(DIU)及び制御電子パッケージ(E-PKG)より構成される。図4-1に関連機器を含めた誘導制御系のシステム構成を示す。

慣性センサユニット(IMU)は、4軸のジンバル機構で支えられた台(プラットフォーム)にジャイロと加速度計を搭載し、外側の機体回転が内部のセンサに伝わらないようになっている。実際にはジンバル軸周りの摩擦や引っ掛かりトルク等によってプラットフォームが微小の回転をするが、それをジャイロで検知してジンバル軸をモータで回転させることによって動きを止め、プラットフォームを慣性系に固定させている。慣性プラットフォーム型ではジャイロへの入力レンジが非常に狭くて済むので、広入力角で精度の良いジャイロが開発困難であった時代では、このような機体回転角速度から分離したジャイロ搭載方式が採られた。当時の日本ではこの狭入力角ジャイロでも開発ができておらず、IMUの技術は欧州からの技術支援を受けて開発された。センサは浮動型レート積分ジャイロ3個と1軸振子型加速度計3個を、それぞれ3軸直交に配置している。ジャイロも加速度計もオイルによりダンピング特性を付与する方式のため、温度制御(ヒータ/ワックスクーラ方式)を行っている。

ジンバル機構は、4軸の内1軸が冗長になっており、通常は常に回転角ゼロの状態に保持し、残り3軸が3ジンバル機構として作動して3個のジンバル相対角をオイラー角として出力している。3ジンバル機構でのジンバルロック状態に近づくとき冗長軸が意味を持ち、ジンバルロック状態で動けなくなる方向に冗長軸が配置してあって、最外側のジンバル機構を180度反転させる働きをして、ジンバルロック状態を回避する仕組みとなっている。このIMUを含む航法系については、関連資料(1)に概要を示している。

慣性誘導計算機(IGC)は、4ビットスライスのマイクロプロセッサ(AMD2901Cのセカンドソース品)4個で16ビットの演算装置を構成し、当時のミニコンピュータの命令セットを採用して開発された。演算速度は、搭載ソフトウェアが使用する命令の出現頻度で重み付けして0.25MIPS程度であったと記憶している。

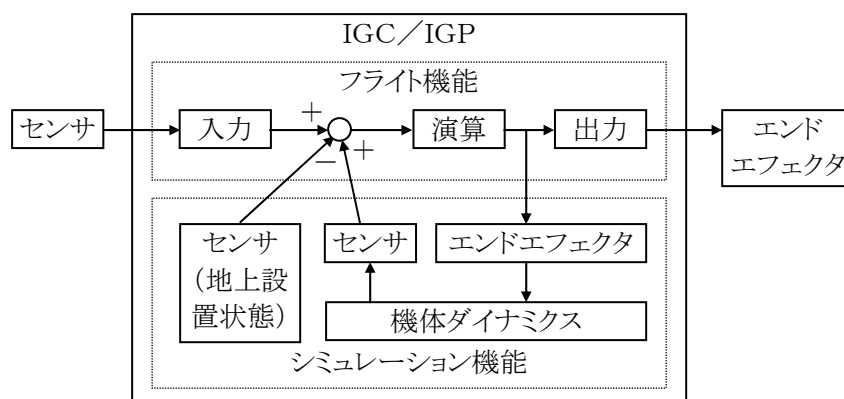
メモリは集積度4kビットの半導体メモリ(CMOS)を1語16ビットで構成し、容量は16k語である。このメモリは全てRAMメモリであるが、12k語は書込禁止機能を有してROM化命令/ROM化解除命令をソフトウェアで発行して書込禁止制御できる仕組みがあり、そこに搭載プログラムの命令部分と定数部分を格納した後でROM化して使用することにより、誤った書き換えが起きないように配慮されている。残りの4k語は書込禁止機能を有しないメモリで、変数を割り当てて使用する。

CMOSメモリは、宇宙放射線によるビット反転(シングルイベント・アップセット)現象を考慮した設計が必要であるが、半導体メモリをロケットの飛行を制御する重要部分に採用したのは世界でも初めてくらいのため、ロケット系では認識がなく、衛星か何かで発生したのをきっかけに知らされた。当時はEM試作試験段階で、急いで対策を講ずることとなったが、エラーコレクティングコード(ECC)を付加するには筐体サイズを変更する必要があって影響が大きいので、パリティチェックでエラーが検出されたときにエラー番地をソフトウェアに通知し、ソフトウェアでエラー番地を除くサムチェックを行ってサムチェック正解値(エラー番地含む)との差分を取ることでエラー番地内容の正解値を求め、そこに書き込んで修復する方法を採用することとした。

データ・インタフェース・ユニット(DIU)は、IGCとデータバスで接続され、アナログ信号やディスクリット信号の入出力データを、機体側の電子機器に適合する形態に変換する装置である。このデータバスはパリティビットを持たないので、IGCからDIUのレジスタに出力したデータは一旦、IGCへ読み返し、出力したものと照合して、一致していたら出力許可をDIUへ指示する方式としている。

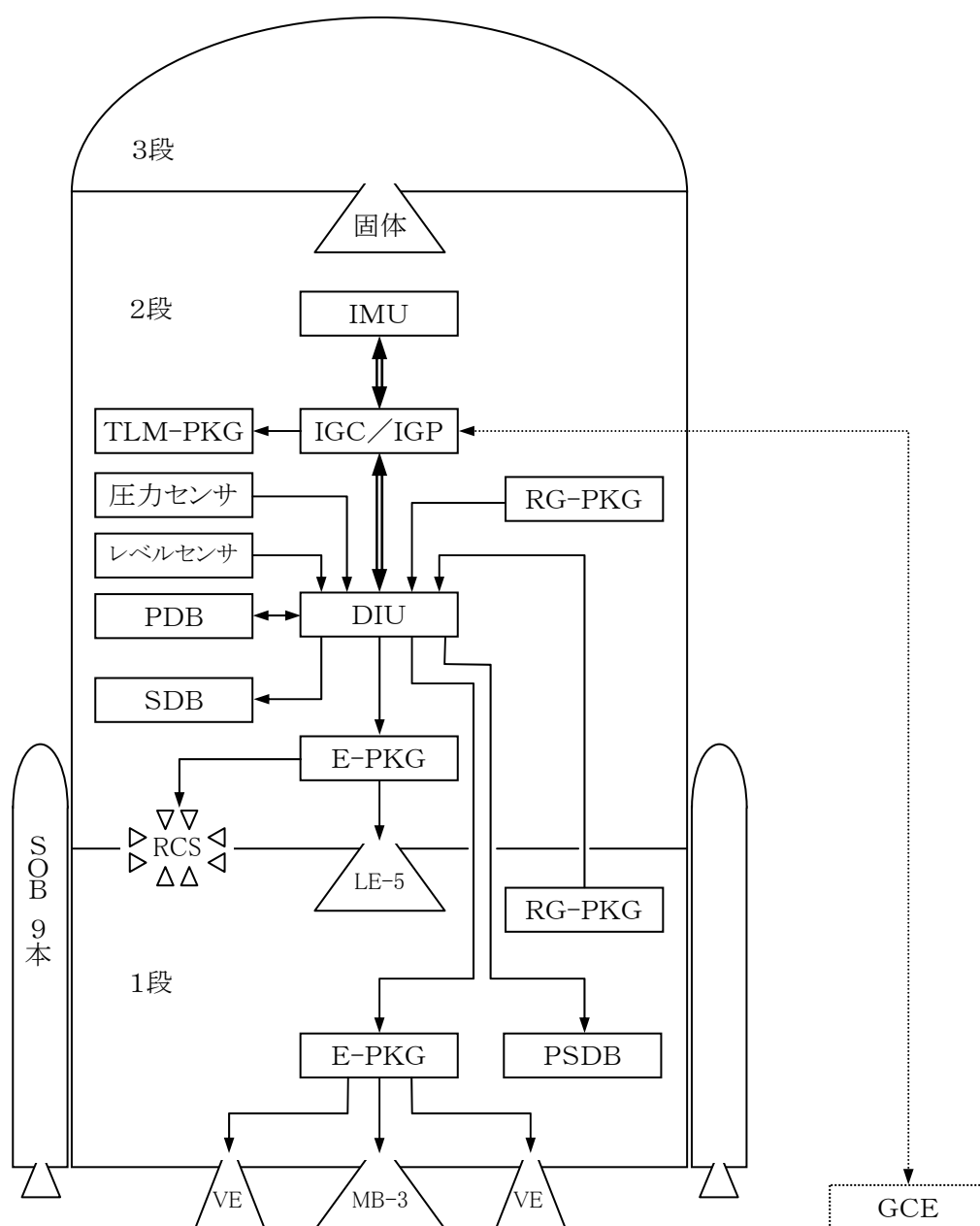
搭載ソフトウェアは慣性誘導プログラム(IGP)と発射前テストプログラム(PLTP)に分けて開発し、発射前テストプログラムで整備点検を実施した後、フライト機能を有する慣性誘導プログラムをロードして打上げに使用した。それでもIGCメモリの使用率は90%を越える状況であった。演算負荷も90%前後の数値ではなかったか、と記憶している。

慣性誘導プログラム(IGP)は、機体搭載の計算機にロードしてから最終コンフィギュレーションでのフライト機能を含めたエンドツーエンドの確認を行う必要があるため、フライト機能の他に誘導制御系の閉ループのシミュレーションが行える機能を持たせ、センサからエンドエフェクタまでの



機能確認を行って打ち上げに供した。この閉ループシミュレーション機能は、エンドツーエンドの通常システム機能の確認だけでなく、IGPがハードウェア異常・故障に遭遇する機会が増えることで、例外処理ロジック等が実ハードウェアにより検証される良い機会となって、IGPの信頼性向上に寄与することとなる。

図4-2にフライト機能の構成を示す。



IMU : 慣性センサ・ユニット

IGC : 慣性誘導計算機

IGP : 慣性誘導プログラム

DIU : データ・インタフェース・ユニット

RG-PKG : レート・ジャイロ・パッケージ

E-PKG : 制御電子パッケージ

GCE : 誘導管制卓

SDB : 信号分配機

PDB : 電力分配機

PSDB : 電力信号分配機

TLM-PKG : テレメータ送信機

RCS : ガスジェット装置

LE-5 : 2段エンジン

MB-3 : 1段エンジン

VE : バーニア・エンジン

SOB : ストラップ・オン・ブースタ

図4-1 H-Iロケット誘導制御系システム

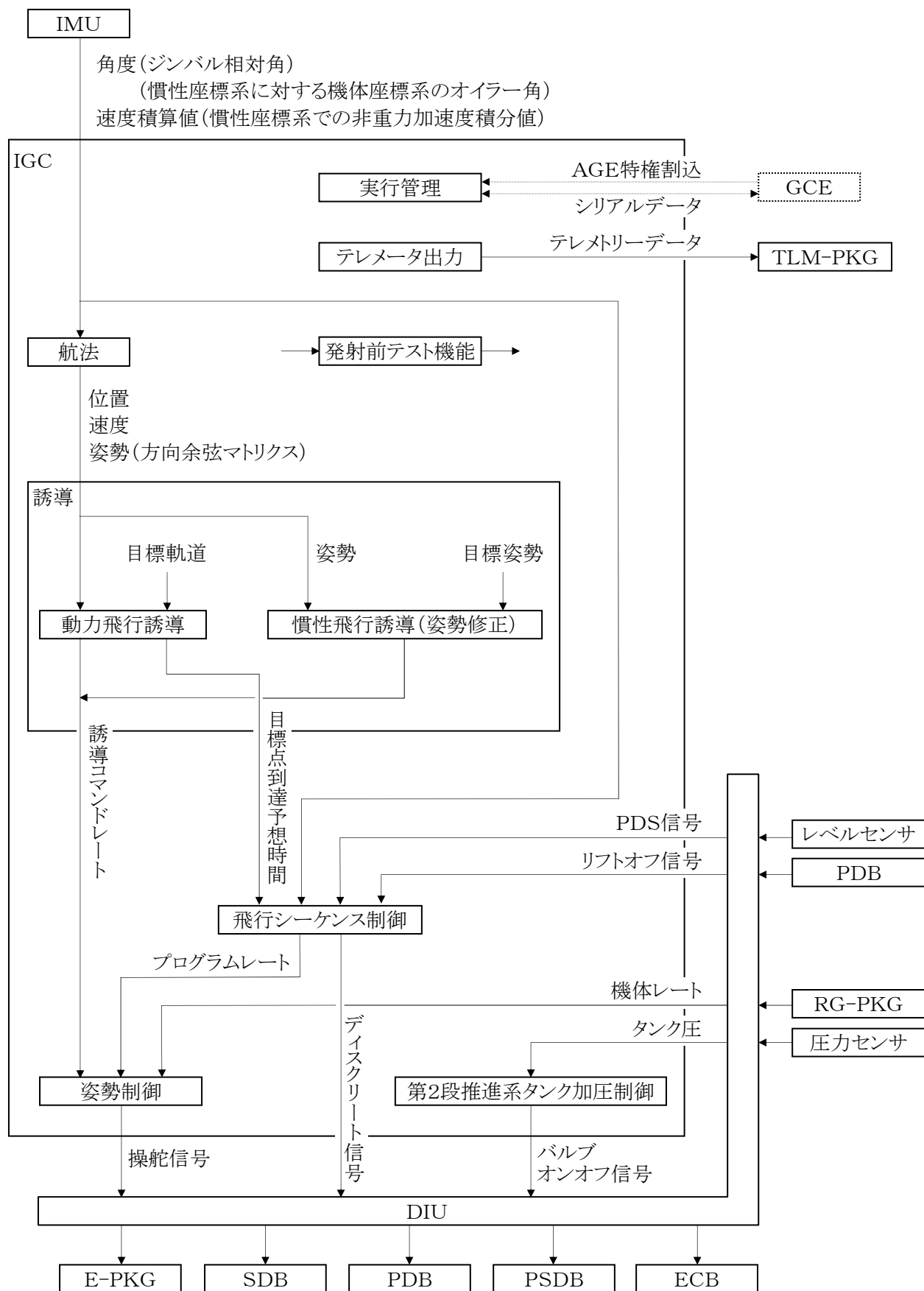


図4-2 H-Iロケット慣性誘導プログラムの機能構成

4.2 動力飛行フェーズの誘導

H-Iロケットの誘導は、ピッチ誘導に修正線形サイン則、ヨー誘導に速度損失最少化則、目標点到達予想時間の計算に角運動量法を採用している。ピッチ誘導はN-Iロケットの方式を踏襲したものである。以降にアルゴリズムの導出過程を説明する。

4.2.1 ピッチ誘導

線形サイン則は3.5項に示したように導出され、次の式で表すことができた。

$$\sin \theta_P = c_{P1} + c_{P2}t \quad \dots\dots\dots (4.2.1-1)$$

このとき、ピッチ面の運動は(3.4-1)式に示したように表され、上記のピッチ姿勢を用いて再掲すると次式となる。

$$\ddot{r} = a_T \sin \theta_P - \frac{\mu}{r^2} + \frac{v_D^2}{r} \quad \left\{ = a_T (c_{P1} + c_{P2}t) - \frac{\mu}{r^2} + \frac{v_D^2}{r} \right\} \quad \dots\dots\dots (4.2.1-2)$$

この式を用いて未定定数(c_{P1} 、 c_{P2})を求めるには、重力加速度及び遠心加速度を積分する複雑な計算が必要となる。そこで、地心半径方向加速度と推力加速度との比が概ね、時間線形に推移することに着目し、次の仮定を置く。

$$\frac{\ddot{r}}{a_T} = c_{P1} + c_{P2}t \quad \dots\dots\dots (4.2.1-3)$$

この仮定により、ピッチ面の運動は下記のように簡単に表される。

$$\ddot{r} = a_T (c_{P1} + c_{P2}t) \quad \dots\dots\dots (4.2.1-4)$$

従って、(4.2.1-2)式と(4.2.1-4)式を等値して、ピッチ姿勢は下記のように表される。

$$\sin \theta_P \equiv \psi_{PD} = c_{P1} + c_{P2}t + \frac{1}{a_T} \left(\frac{\mu}{r^2} - \frac{v_D^2}{r} \right) \quad \dots\dots\dots (4.2.1-5)$$

これが線形サイン則(4.2.1-1)式に修正項を加えた、修正線形サイン則である。

現在時刻を $t=0$ とし、上記の修正線形サイン則に従って目標点到達予想時間の $t=T$ まで飛行した時に目標軌道に到達するならば、下記の式が成立する。

$$\dot{r}_f = \dot{r}_{(0)} + \int_0^T a_T (c_{P1} + c_{P2}t) dt \quad \dots\dots\dots (4.2.1-6)$$

$$r_f = r_{(0)} + \dot{r}_{(0)}T + \int_0^T \left(\int_0^\tau a_T (c_{P1} + c_{P2}t) dt \right) d\tau \quad \dots\dots\dots (4.2.1-7)$$

これらの式から未定定数を求めると、それらは下記のように表される。

$$c_{P1} = \frac{\dot{r}_f - \dot{r}_{(0)}}{a_1} - c_{P2} \frac{a_2}{a_1} \quad \dots\dots\dots (4.2.1-8)$$

$$c_{P2} = \frac{b_1 \{ \dot{r}_f - \dot{r}_{(0)} \} - a_1 \{ r_f - r_{(0)} - \dot{r}_{(0)}T \}}{a_2 b_1 - a_1 b_2} \quad \dots\dots\dots (4.2.1-9)$$

$$\text{但し、} a_1 = \int_0^T a_T dt, a_2 = \int_0^T (a_T t) dt$$

$$b_1 = \int_0^T \int_0^\tau a_T dt d\tau, b_2 = \int_0^T \int_0^\tau (a_T t) dt d\tau$$

次に、上記の推力加速度積分を求めなければならない。推力加速度は液体エンジンの場合、推力及び比推力が一定と仮定でき、次の式で表すことができるので、それを用いて推力加速度積分を求める。

$$a_T = \frac{F}{m} = \frac{\dot{m} \cdot g \cdot I_{sp}}{m_0 - \dot{m} \cdot t} = \frac{g \cdot I_{sp}}{\frac{m_0}{\dot{m}} - t} = \frac{c^*}{\tau_m - t} \dots\dots\dots (4.2.1-10)$$

ここで、 c^* : 有効排出速度 ($=g \cdot I_{sp}$)

τ_m : 質量ゼロ (デブリーション) 時間 (初期質量 / 質量流率)

m : 機体質量

F : 推力

m_0 : 初期質量

$\dot{m}$: 質量流率

I_{sp} : 比推力

g : 変換定数 (9.80665m/s²)

$$\begin{aligned} \int_0^T a_T dt &= \int_0^T \frac{c^*}{\tau_m - t} dt \\ &= -c^* \int_{\tau_m}^{\tau_m - T} \left(\frac{1}{u} \right) du \\ &= -c^* [\ln(u)]_{\tau_m}^{\tau_m - T} \\ &= -c^* \{ \ln(\tau_m - T) - \ln(\tau_m) \} \\ &= c^* \ln \left(\frac{\tau_m}{\tau_m - T} \right) \equiv \Delta V \dots\dots\dots (4.2.1-11) \end{aligned}$$

同様に、

$$\begin{aligned} \int_0^T (a_T t) dt &= \int_0^T \left(\frac{c^*}{\tau_m - t} t \right) dt \\ &= -c^* \int_{\tau_m}^{\tau_m - T} \left(\frac{\tau_m - u}{u} \right) du \\ &= -\tau_m c^* \int_{\tau_m}^{\tau_m - T} \left(\frac{1}{u} \right) du + c^* \int_{\tau_m}^{\tau_m - T} du \\ &= -\tau_m c^* \{ \ln(\tau_m - T) - \ln(\tau_m) \} + c^* [u]_{\tau_m}^{\tau_m - T} \\ &= \tau_m \Delta V - c^* T \dots\dots\dots (4.2.1-12) \end{aligned}$$

上記 (4.2.1-11) 式の途中経過の式を代入して

$$\begin{aligned} \int_0^T \int_0^{\tau} a_T dt d\tau &= \int_0^T -c^* \{ \ln(\tau_m - \tau) - \ln(\tau_m) \} d\tau \\ &= c^* \int_{\tau_m}^{\tau_m - T} \ln(u) du + c^* \ln(\tau_m) [\tau]_0^T \\ &= c^* [u \{ \ln(u) - 1 \}]_{\tau_m}^{\tau_m - T} + c^* T \ln(\tau_m) \\ &= c^* (\tau_m - T) \{ \ln(\tau_m - T) - 1 \} - c^* \tau_m \{ \ln(\tau_m) - 1 \} + c^* T \ln(\tau_m) \\ &= c^* \tau_m \{ \ln(\tau_m - T) - \ln(\tau_m) \} - c^* T \{ \ln(\tau_m - T) - \ln(\tau_m) \} - c^* (\tau_m - T) + c^* \tau_m \\ &= -\tau_m \Delta V + T \Delta V + c^* T \dots\dots\dots (4.2.1-13) \end{aligned}$$

同様に上記 (4.2.1-12) 式の途中経過の式を代入して

$$\int_0^T \int_0^{\tau} (a_T t) dt d\tau = \int_0^T [-\tau_m c^* \{ \ln(\tau_m - \tau) - \ln(\tau_m) \} - c^* \tau] d\tau$$

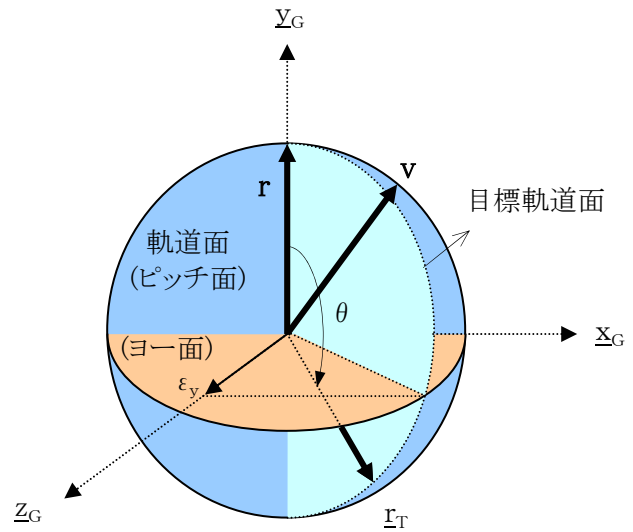
表4-1 修正線形サイン則によるピッチ誘導則

$\Delta V = c^* \ln \left(\frac{\tau_m}{\tau_m - T} \right)$	: 目標点までの獲得速度 (Velocity to be Gained)
$c_{p2} = \begin{cases} - \left(\tau_m - \frac{c^* T}{\Delta V} - T \right) \{ \dot{r}_f - \dot{r} \} - \{ r_f - r - \dot{r} T \} \\ c^* T \left(\tau_m - \frac{c^* T}{\Delta V} - \frac{T}{2} \right) \end{cases}$	: ピッチ要求姿勢1次係数 (位置・速度誘導)
$\omega_{PD(tv)} - \omega_{pg}$	: ピッチ要求姿勢1次係数 (速度のみ誘導)
$c_{p1} = \frac{\dot{r}_f - \dot{r}}{\Delta V} - c_{p2} \left(\tau_m - \frac{c^* T}{\Delta V} \right)$	: ピッチ要求姿勢0次係数
$\Psi_{PD} = \sin \theta_p = c_{p1} + \frac{1}{a_T} \left(\frac{\mu}{r^2} - \frac{h^2}{r^3} \right)$	: ピッチ要求姿勢
ここで、ピッチ要求姿勢 Ψ_{PD} における遠心加速度は、接線速度 ($v_D = h/r$) を用いて変形した。	
r : 地心半径の現在値 ($= \mathbf{r} $)	
$\dot{r}$: 地心半径方向速度の現在値 ($= \mathbf{v} \cdot (\mathbf{r} / \mathbf{r}) = \mathbf{v} \cdot \underline{\mathbf{y}}_G$)	
h : 角運動量の現在値 ($= \mathbf{v} \times \mathbf{r} $)	
r_f : 地心半径の目標値	
$\dot{r}_f$: 地心半径方向速度の目標値	
h_f : 角運動量の目標値	
T : 目標点到達予想時間 (タイムツーゴー)	
a_T : 推力加速度	
c^* : 有効排出速度 ($= g \cdot I_{sp}$)	
τ_m : 質量ゼロ時間 ($= c^* / a_T$) (現在 $t=0$ 時点)	
μ : 地球重力定数	
$\omega_{PD(tv)}$: 速度のみの誘導に移行した時点におけるピッチ要求姿勢の微係数 (4.2.3-24式)	
ω_{pg} : 誘導座標系の平均回転角速度 (4.2.3-26式)	

4.2.2 ヨー誘導

ヨー面内の誘導は速度損失最少化則と呼ばれ、軌道(ピッチ面)の傾斜角を制御するもので、このヨー操舵による速度損失を最少とするように姿勢が決定される。

軌道傾斜角の制御は、現在の地心半径ベクトルとターゲットベクトルが成す面を目標軌道面と定義し、その方向に実際の軌道面を向けることにより行われる。この目標軌道面は、現在位置が横にずれると目標軌道傾斜角を持たなくなるが、ターゲットベクトル(定数)を適切な位置に設定しておくことにより、軌道傾斜角のずれは小さく押さえられる。



まず、ヨー状態量を次のように、角運動量のターゲットベクトル方向成分として定義する。

$$\begin{aligned}\varepsilon_y &= \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{r}}{|\mathbf{v} \times \mathbf{r}|} \cdot \mathbf{I}_T \\ &= \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{r}}{\sqrt{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})}} \cdot \mathbf{I}_T \quad \dots\dots\dots (4.2.2-1)\end{aligned}$$

上式を微分すると

$$\dot{\varepsilon}_y = \frac{\sqrt{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})} (\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r} + \mathbf{v} \times \dot{\mathbf{r}}) - \frac{(\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r}) + (\mathbf{v} \times \dot{\mathbf{r}}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})}{\sqrt{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})}} (\mathbf{v} \times \mathbf{r})}{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})} \cdot \mathbf{I}_T$$

$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}$ であるから、これを代入し

$$= \left[\frac{\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}}{\sqrt{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})}} - \frac{\{(\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})\} (\mathbf{v} \times \mathbf{r})}{\{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})\}^{3/2}} \right] \cdot \mathbf{I}_T$$

ここでベクトル三重積 $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) \mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \mathbf{c}$ を変形して $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) \mathbf{b} - (\mathbf{b} \cdot \mathbf{a}) \mathbf{c}$ より $\{(\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})\} (\mathbf{v} \times \mathbf{r}) = \{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})\} (\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}) - (\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \times \{(\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}) \times (\mathbf{v} \times \mathbf{r})\}$ であるから

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_y &= \left[\frac{\{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})\} (\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r})}{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \sqrt{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})}} - \frac{\{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})\} (\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}) - (\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \times \{(\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}) \times (\mathbf{v} \times \mathbf{r})\}}{\{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})\}^{3/2}} \right] \cdot \mathbf{I}_T \\ &= \frac{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \times \{(\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}) \times (\mathbf{v} \times \mathbf{r})\}}{\{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})\}^{3/2}} \cdot \mathbf{I}_T\end{aligned}$$

中カッコ{ }内にベクトル三重積 $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) \mathbf{b} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \mathbf{c}$ を適用して

$$= \frac{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \times [\{(\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}) \cdot \mathbf{r}\} \mathbf{v} - \{(\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}) \cdot \mathbf{v}\} \mathbf{r}]}{\{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})\}^{3/2}} \cdot \mathbf{I}_T$$

スカラー三重積 $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \cdot \mathbf{a}$ より $(\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}) \cdot \mathbf{r} = (\mathbf{r} \times \mathbf{r}) \cdot \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{0}$ であるから、

$$\begin{aligned}
&= -\frac{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \times \{(\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}) \cdot \mathbf{v}\} \mathbf{r}}{\{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})\}^{3/2}} \cdot \underline{\mathbf{r}}_T \\
&= \frac{\{(\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}) \cdot \mathbf{v}\} \mathbf{r} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{r})}{\{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})\}^{3/2}} \cdot \underline{\mathbf{r}}_T = \frac{(\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}) \cdot \mathbf{v}}{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})} \mathbf{r} \times \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{r}}{\sqrt{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})}} \cdot \underline{\mathbf{r}}_T \\
&\quad \underline{\mathbf{x}}_G = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \times \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{r}}{|\mathbf{v} \times \mathbf{r}|} \text{を代入して} \\
&= \frac{(\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}) \cdot \mathbf{v}}{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})} |\mathbf{r}| \underline{\mathbf{x}}_G \cdot \underline{\mathbf{r}}_T
\end{aligned}$$

ここで、 $\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{a}_T - \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r}$ (4.1.2.1-15) 式及び、 $\mathbf{a}_T = a_T (\psi_R \underline{\mathbf{x}}_G + \psi_P \underline{\mathbf{y}}_G + \psi_Y \underline{\mathbf{z}}_G)$ (4.1.2.1-12) 式である

から

$$\begin{aligned}
\dot{\varepsilon}_y &= \frac{(\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}) \cdot \mathbf{v}}{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})} |\mathbf{r}| \underline{\mathbf{x}}_G \cdot \underline{\mathbf{r}}_T = \frac{(\mathbf{a}_T \times \mathbf{r}) \cdot \mathbf{v}}{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})} |\mathbf{r}| \underline{\mathbf{x}}_G \cdot \underline{\mathbf{r}}_T = -\frac{\mathbf{a}_T \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})}{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})} |\mathbf{r}| \underline{\mathbf{x}}_G \cdot \underline{\mathbf{r}}_T \\
&\quad \underline{\mathbf{z}}_G = \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{r}}{|\mathbf{v} \times \mathbf{r}|} \text{を代入して} \\
&= -\frac{|\mathbf{r}|}{\sqrt{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})}} (\mathbf{a}_T \cdot \underline{\mathbf{z}}_G) \underline{\mathbf{x}}_G \cdot \underline{\mathbf{r}}_T \\
&= -\frac{a_T r \psi_Y}{h} \underline{\mathbf{x}}_G \cdot \underline{\mathbf{r}}_T \dots\dots\dots (4.2.2-2)
\end{aligned}$$

ここで、 r : 地心半径

a_T : 推力加速度

$\psi_Y = \frac{\mathbf{a}_T}{|\mathbf{a}_T|} \cdot \underline{\mathbf{z}}_G$: 推力加速度ベクトルの軌道面外姿勢(ヨー姿勢)

$h = |\mathbf{v} \times \mathbf{r}|$: 角運動量

$\underline{\mathbf{x}}_G = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \times \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{r}}{|\mathbf{v} \times \mathbf{r}|}$: 誘導座標系の接線方向単位ベクトル

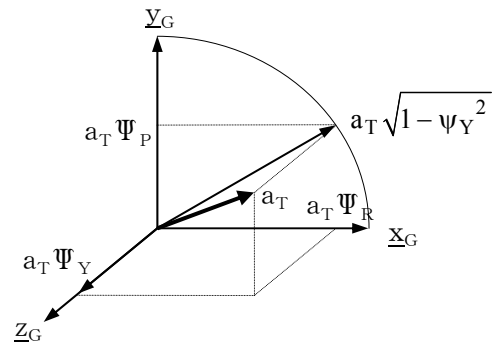
$\underline{\mathbf{r}}_T$: ターゲットベクトル(一定)

ヨー誘導は現在時点($t=0$)から T の間にヨー状態量を目標値 ε_{yf} (通常はゼロ) にしなければならないので、次の条件を満たしていなければならない。

$$\varepsilon_{yf} = \varepsilon_y(0) + \int_0^T \dot{\varepsilon}_y dt = \varepsilon_y(0) - \int_0^T \left(\frac{a_T r \psi_Y}{h} \right) (\underline{\mathbf{x}}_G \cdot \underline{\mathbf{r}}_T) dt \dots\dots\dots (4.2.2-3)$$

ところで、推力加速度は軌道面がターゲットベクトル方向を向いていれば、つまり $\varepsilon_y = 0$ ならば軌道面内に在るが(面内推力加速度 $= a_T$)、 $\varepsilon_y \neq 0$ の場合はヨー誘導により軌道面からずれて軌道面内の推力加速度は a_T より減少する。よって、ヨー誘導によって失われる加速度は下記で表される。

$$\Delta a_L = a_T \left(1 - \sqrt{\psi_R^2 + \psi_P^2} \right) = a_T \left(1 - \sqrt{1 - \psi_Y^2} \right)$$



ここで、 $\sqrt{N}$ の近似式 $n_k = \frac{1}{2} \left(\frac{N}{n_{k-1}} + n_{k-1} \right)$ および $\Psi_Y \ll 1$ より

$$\Delta a_L \doteq a_T \left[1 - \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \Psi_Y^2}{1} + 1 \right) \right\} \right] = \frac{a_T}{2} \Psi_Y^2 \quad \dots\dots\dots (4.2.2-4)$$

従って、現時点 ($t=0$) から T までの速度損失は上式を積分して下記となる。

$$\Delta v_L = \int_0^T \frac{a_T}{2} \Psi_Y^2 dt \quad \dots\dots\dots (4.2.2-5)$$

上記の速度損失を補うためには推進薬を余分に搭載しなければならず、その分だけペイロード重量を減らさなければならない。このペイロード重量の減少量は、推力加速度積分の (4.2.1-11) 式を変形して

$$\Delta v_L = c^* \ln \left(\frac{\tau_m}{\tau_m - \Delta T} \right) = c^* \ln \left(\frac{m_0 / \dot{m}}{m_0 / \dot{m} - \Delta T} \right) = c^* \ln \left(\frac{m_0}{m_0 - \dot{m} \Delta T} \right) = c^* \ln \left(\frac{m_0}{m_0 - \Delta m_P} \right) \text{ より}$$

$$\Delta m_P = m_0 \left(1 - e^{-\frac{\Delta v_L}{c^*}} \right) \doteq \frac{m_0}{c^*} \Delta v_L = \frac{m_0}{2c^*} \int_0^T a_T \Psi_Y^2 dt \quad \dots\dots\dots (4.2.2-6)$$

で表される。このペイロード重量の減少量を最少とするヨー誘導則は、運動方程式 (4.2.2-2) 式の下に (4.2.2-6) 式を最小化するようにヨー姿勢 Ψ_Y を求めることとなる。ところで、ペイロード損失 (4.2.2-6) 式を最小化することは m_0 及び c^* が一定と見なせることから、(4.2.2-5) 式を最小化することと等価となる。

このように (4.2.2-5) 式を最小化するヨー誘導則は速度損失最少化則と呼ばれ、ヨー状態方程式 (4.2.2-2) 式を拘束条件として (4.2.2-5) 式を最小化する最適な制御量 Ψ_Y を求める問題となり、これを変分法を用いて定式化すると、次の汎関数

$$I = \int_0^T \left[\frac{a_T}{2} \Psi_Y^2 + \lambda \left\{ \dot{\varepsilon}_y + \frac{a_T r \Psi_Y}{h} (\underline{x}_G \cdot \underline{r}_T) \right\} \right] dt \quad \dots\dots\dots (4.2.2-7)$$

を境界条件 $\varepsilon_{y(0)} = \varepsilon_y$ 、 $\varepsilon_{y(T)} = \varepsilon_{yf}$ の下に最小化すれば良い。

(4.2.2-7) 式を最適解の近傍で変分をとれば、それはゼロにならねばならないから、

$$\delta I = \int_0^T \left[a_T \Psi_Y \delta \Psi_Y + \lambda \delta \dot{\varepsilon}_y + \lambda \frac{a_T r}{h} (\underline{x}_G \cdot \underline{r}_T) \delta \Psi_Y \right] dt = 0$$

$$= \left[\lambda \delta \varepsilon_y \right]_0^T - \int_0^T \dot{\lambda} \delta \varepsilon_y dt + \int_0^T \left[a_T \Psi_Y + \lambda \frac{a_T r}{h} (\underline{x}_G \cdot \underline{r}_T) \right] \delta \Psi_Y dt = 0 \quad \dots\dots\dots (4.2.2-8)$$

この上式で $\delta \varepsilon_y$ と $\delta \Psi_Y$ は無関係に選べるから、下記が成立していなければならない。

$$\left[\lambda \delta \varepsilon_y \right]_0^T - \int_0^T \dot{\lambda} \delta \varepsilon_y dt = 0 \quad \dots\dots\dots (4.2.2-9)$$

$$\int_0^T \left[a_T \Psi_Y + \lambda \frac{a_T r}{h} (\underline{x}_G \cdot \underline{r}_T) \right] \delta \Psi_Y dt = 0 \quad \dots\dots\dots (4.2.2-10)$$

また、両端固定の境界条件のため $\delta \varepsilon_{y(0)} = 0$ 、 $\delta \varepsilon_{y(T)} = 0$ でなければならないから (4.2.2-9) 式の第1項はゼロとなるので、 $\int_0^T \dot{\lambda} \delta \varepsilon_y dt = 0$ でなければならない。ここでは両端以外は任意に選べるから、結局下記が成立することとなる。

$$\dot{\lambda} = 0 \quad \dots\dots\dots (4.2.2-11)$$

さらに、(4.2.2-10) 式において $\delta \Psi_Y$ は任意に選べるから、下記が成立する。

$$a_T \Psi_Y + \lambda \frac{a_T r}{h} (\underline{x}_G \cdot \underline{r}_T) = 0 \quad \dots\dots\dots (4.2.2-12)$$

この式より

$$\Psi_Y = -\lambda \frac{r}{h} (\underline{x}_G \cdot \underline{r}_T) \quad \dots\dots\dots (4.2.2-13)$$

ここでラグランジュ乗数 λ は(4.2.2-11)式を積分して $\lambda = -\lambda_y$ と表せるから、最適なヨー姿勢は下記のよう表される。

$$\Psi_{YD} = \lambda_y \frac{r}{h} (\underline{x}_G \cdot \underline{r}_T) \quad \dots\dots\dots (4.2.2-14)$$

この最適なヨー姿勢をヨー状態方程式(4.2.2-2)式に代入して積分すれば

$$\dot{\varepsilon}_y = -\frac{a_T r \Psi_Y}{h} (\underline{x}_G \cdot \underline{r}_T) = -\lambda_y a_T \left\{ \frac{r}{h} (\underline{x}_G \cdot \underline{r}_T) \right\}^2 \quad \dots\dots\dots (4.2.2-15)$$

$$\varepsilon_{y(T)} = \varepsilon_{y(0)} - \lambda_y \int_0^T a_T \left\{ \frac{r}{h} (\underline{x}_G \cdot \underline{r}_T) \right\}^2 dt \quad \dots\dots\dots (4.2.2-16)$$

従って、係数 λ_y は次式で求められる。

$$\lambda_y = \frac{\varepsilon_{y(0)} - \varepsilon_{y(T)}}{\int_0^T a_T \left\{ \frac{r}{h} (\underline{x}_G \cdot \underline{r}_T) \right\}^2 dt} \quad \dots\dots\dots (4.2.2-17)$$

ところで上式を計算するには分母の積分を解かねばならないが、ここで次の線形近似が成立するものとして

$$\frac{r}{h} (\underline{x}_G \cdot \underline{r}_T) = c_{y1} + c_{y2} t \quad \dots\dots\dots (4.2.2-18)$$

この式を代入して(4.2.2-17)式の分母を積分すれば次式が得られる。

$$\begin{aligned} \int_0^T a_T \left\{ \frac{r}{h} (\underline{x}_G \cdot \underline{r}_T) \right\}^2 dt &= \int_0^T a_T (c_{y1} + c_{y2} t)^2 dt \\ &= c_{y1}^2 \int_0^T a_T dt + 2c_{y1}c_{y2} \int_0^T a_T t dt + c_{y2}^2 \int_0^T a_T t^2 dt \quad \dots\dots\dots (4.2.2-19) \end{aligned}$$

上式の右辺第1項と第2項の推力積分は(4.2.1-11)式及び(4.2.1-12)式を用い、第3項は

$$\begin{aligned} \int_0^T a_T t^2 dt &= \int_0^T \frac{c^* t^2}{\tau_m - t} dt = \int_0^T \left(\frac{\tau_m c^* t}{\tau_m - t} - c^* t \right) dt = \tau_m \int_0^T a_T t dt - \frac{c^* T^2}{2} \text{ であるから} \\ \int_0^T a_T \left\{ \frac{r}{h} (\underline{x}_G \cdot \underline{r}_T) \right\}^2 dt &= c_{y1}^2 \Delta V + 2c_{y1}c_{y2} (\tau_m \Delta V - c^* T) + c_{y2}^2 \left(\tau_m^2 \Delta V - \tau_m c^* T - \frac{c^* T^2}{2} \right) \quad \dots\dots (4.2.2-20) \end{aligned}$$

但し、 c_{y1} 及び c_{y2} は(4.2.2-18)式より、下記で求められる。

$$c_{y1} = \frac{r(0)}{h(0)} (\underline{x}_{G(0)} \cdot \underline{r}_T) \quad \dots\dots\dots (4.2.2-21)$$

$$c_{y2} = \frac{\frac{r(T)}{h(T)} (\underline{x}_{G(T)} \cdot \underline{r}_T) - c_{y1}}{T} \quad \dots\dots\dots (4.2.2-22)$$

ここで、 $\underline{x}_G$ 軸が $\underline{y}_G$ 軸と $\underline{r}_T$ ベクトルのなす面の近傍にあることから

$$\underline{x}_G \cdot \underline{r}_T \doteq \cos(\theta - 90) = \sin \theta \text{ となり、}$$

また $\underline{x}_G$ 軸は $t=0$ から T までの間に真近点離角の変化量 $\Delta\eta$ と同程度に変化するので下記で近似できる。

$$\underline{x}_{G(T)} \cdot \underline{r}_T = \sin(\theta - \Delta\eta) \quad \dots\dots\dots (4.2.2-23)$$

なお、最適なヨー姿勢は(4.2.2-14)式及び(4.2.2-18)式から下記で表される。

$$\Psi_{YD(t)} = \lambda_y (c_{y1} + c_{y2} t) \quad \dots\dots\dots (4.2.2-24)$$

この速度損失最小化則によるヨー誘導則の計算式をまとめて表4-2に示す。

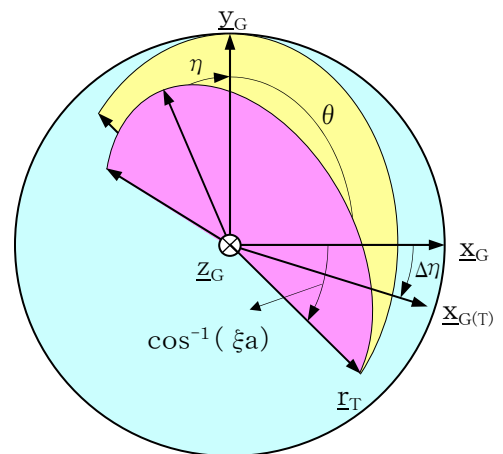


表4-2 速度損失最小化則によるヨー誘導則

$\varepsilon_y = \underline{z}_G \cdot \underline{r}_T$	: ヨー状態量
$\xi_a = \underline{x}_G \cdot \underline{r}_T$	: ターゲットベクトルの $\underline{x}_G$ 成分
$\theta = \cos^{-1}(\underline{y}_G \cdot \underline{r}_T)$	: ターゲットベクトルまでの角度
$c_{y1} = \frac{r}{h} \xi_a$	: ヨー要求姿勢0次係数
$c_{y2} = \frac{\frac{r_f}{h_f} \sin(\theta - \Delta\eta) - c_{y1}}{T}$	: ヨー要求姿勢1次係数
$\lambda_y = \frac{\varepsilon_y - \varepsilon_{yf}}{\Delta V \left[c_{y1}^2 + 2c_{y1}c_{y2} \left(\tau_m - \frac{c^* T}{\Delta V} \right) + c_{y2}^2 \left\{ \tau_m \left(\tau_m - \frac{c^* T}{\Delta V} \right) - \frac{c^* T^2}{2\Delta V} \right\} \right]}$	: ヨー要求姿勢のラグランジュ乗数
$\Psi_{YD} = \lambda_y c_{y1}$	: ヨー要求姿勢
ここで、 ε_{yf} : ヨー状態量の目標値(通常はゼロ)	
r : 地心半径の現在値(= $ \mathbf{r} $)	
h : 角運動量の現在値(= $ \mathbf{v} \times \mathbf{r} $)	
r_f : 地心半径の目標値	
h_f : 角運動量の目標値	
$\underline{r}_T$: ターゲットベクトル	
T : 目標点到達予想時間(タイムツーゴー)	
$\Delta\eta$: 目標点までの真近点離角	
ΔV : 予想獲得速度(4.2.1-11式)	
c^* : 有効排出速度(= $g \cdot I_{sp}$)	
τ_m : 質量ゼロ時間(= c^* / a_T) (現在 $t=0$ 時点)	

4.2.3 目標点到達予想時間の計算

目標点到達予想時間(Time to go)は、角運動量が目標値に到達するまでの時間を予測したもので、概略、次の方法で求められる。

まず、タイムツーゴーの概略予測値が予め得られているものとし、その概略予測時点での角運動量を予測する。

$$\mathbf{h}_{(T_p)} = \mathbf{h}_{(0)} + \int_0^{T_p} \dot{\mathbf{h}} dt \quad \dots\dots\dots (4.2.3-1)$$

ここで、 $\mathbf{h}_{(0)}$: 現在($t=0$)の角運動量ベクトル

$\dot{\mathbf{h}}$: 角運動量ベクトル変化率

T_p : 目標点到達予想時間(タイムツーゴー)の概略予測値

上記で概略予測値(T_p)が真のタイムツーゴー(T)からずれていると、角運動量の予測値 $\mathbf{h}_{(T_p)}$ も目標値から下記のようにずれていることになる。

$$\Delta \mathbf{h}_c = \mathbf{h}_f - \mathbf{h}_{(T_p)} \quad \dots\dots\dots (4.2.3-2)$$

ここで、 $\mathbf{h}_f$: 目標角運動量

従って、概略予測値に次の補正量を加えれば、真のタイムツーゴーが得られる。

$$T_a = \frac{|\Delta \mathbf{h}_c|}{|\dot{\mathbf{h}}_{(T_p)}|} = \frac{|\mathbf{h}_f - \mathbf{h}_{(0)} - \int_0^{T_p} \dot{\mathbf{h}} dt|}{|\dot{\mathbf{h}}_{(T_p)}|} \quad \dots\dots\dots (4.2.3-3)$$

$$T = T_p + T_a \quad \dots\dots\dots (4.2.3-4)$$

ここで、 $\dot{\mathbf{h}}_{(T_p)} = \dot{\mathbf{h}}_{(T)}$ としている。

次に、(4.2.3-3)式の積分項について述べる。

誘導座標系における角運動量は次式で表される。

$$\mathbf{h}_G = (\mathbf{D}_G^N)^T \cdot \mathbf{h} = (\mathbf{D}_G^N)^T \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r}) = \mathbf{D}_G^G \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \quad \dots\dots\dots (4.2.3-5)$$

ここで、 $\mathbf{D}_G^N \equiv (\underline{x}_G, \underline{y}_G, \underline{z}_G)$: 慣性座標系から見た誘導座標系の方向余弦マトリクス

$\mathbf{r}$: 慣性座標系における地心半径ベクトル

$\mathbf{v}$: 慣性座標系における慣性速度ベクトル

この式を微分して

$$\dot{\mathbf{h}}_G = \mathbf{D}_G^G \cdot [-\boldsymbol{\omega}_G \times] \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r}) + \mathbf{D}_G^G \cdot (\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}) = \mathbf{D}_G^G \cdot \{-\boldsymbol{\omega}_G \times (\mathbf{v} \times \mathbf{r}) + \dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}\} \quad \dots\dots\dots (4.2.3-6)$$

ここで、 $\boldsymbol{\omega}_G = \omega_{XG} \underline{x}_G + \omega_{YG} \underline{y}_G + \omega_{ZG} \underline{z}_G$: 慣性座標系に対する誘導座標系の回転角速度

$\dot{\mathbf{v}} \equiv \mathbf{a}_T - \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r}$: 慣性座標系における加速度ベクトル

$$= \mathbf{a}_T (\psi_R \underline{x}_G + \psi_P \underline{y}_G + \psi_Y \underline{z}_G) - \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} \quad \dots\dots\dots (4.2.3-7)$$

で表されるから、誘導座標系各軸の単位ベクトルの定義式 $\mathbf{r}/r = \underline{y}_G$ 及び $(\mathbf{v} \times \mathbf{r})/h = \underline{z}_G$ を代入して

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{h}}_G &= \mathbf{D}_G^G \cdot \left\{ -(\omega_{XG} \underline{x}_G + \omega_{YG} \underline{y}_G + \omega_{ZG} \underline{z}_G) \times (h \underline{z}_G) + \mathbf{a}_T (\psi_R \underline{x}_G + \psi_P \underline{y}_G + \psi_Y \underline{z}_G) \times (\underline{y}_G) \right\} \\ &= (\underline{x}_G, \underline{y}_G, \underline{z}_G)^T \cdot \left\{ -(\mathbf{a}_T \psi_Y + h \omega_{YG}) \underline{x}_G + h \omega_{XG} \underline{y}_G + \mathbf{a}_T \psi_R \underline{z}_G \right\} \quad \dots\dots\dots (4.2.3-8) \end{aligned}$$

ここで誘導座標系の回転角速度は

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_G \\ \dot{y}_G \\ \dot{z}_G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{pmatrix} \cdot [\boldsymbol{\omega}_G \times] = \begin{pmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -\omega_{ZG} & \omega_{YG} \\ \omega_{ZG} & 0 & -\omega_{XG} \\ -\omega_{YG} & \omega_{XG} & 0 \end{pmatrix} \text{より以下のように表現す}$$

る。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_G &= \omega_{ZG} y_G - \omega_{YG} z_G \\ \dot{y}_G &= \omega_{XG} z_G - \omega_{ZG} x_G \\ \dot{z}_G &= \omega_{YG} x_G - \omega_{XG} y_G \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.2.3-9)$$

次に、誘導座標系の定義から $\dot{\underline{\mathbf{y}}}_G$ と $\dot{\underline{\mathbf{z}}}_G$ を導く。

$$\underline{\mathbf{y}}_G = \frac{\mathbf{r}}{r} \text{であるから、これを微分して}$$

$$\dot{\underline{\mathbf{y}}}_G = \frac{1}{r^2} (\mathbf{r}\dot{\mathbf{r}} - \dot{\mathbf{r}}\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{v}}{r} - \frac{\dot{r}}{r} \frac{\mathbf{r}}{r} \dots\dots\dots (4.2.3-10)$$

ここで、 $\mathbf{v} = v_D \underline{\mathbf{x}}_G + \dot{r} \underline{\mathbf{y}}_G + 0 \underline{\mathbf{z}}_G$ と表せるので、これを代入して

$$\dot{\underline{\mathbf{y}}}_G = \frac{1}{r} (v_D \underline{\mathbf{x}}_G + \dot{r} \underline{\mathbf{y}}_G) - \frac{\dot{r}}{r} \underline{\mathbf{y}}_G = \frac{v_D}{r} \underline{\mathbf{x}}_G \dots\dots\dots (4.2.3-11)$$

一方、 $\underline{\mathbf{z}}_G = \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{r}}{\sqrt{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})}}$ であるから、これの微分は(4.2.2-2)式より

$$\dot{\underline{\mathbf{z}}}_G = -\frac{a_T r \psi_y}{h} \underline{\mathbf{x}}_G \dots\dots\dots (4.2.3-12)$$

上記の(4.2.3-11)式及び(4.2.3-12)式を(4.2.3-9)式と比較して、誘導座標系の回転角速度は下記で表される。

$$\left. \begin{aligned} \omega_{XG} &= 0 \\ \omega_{YG} &= -\frac{a_T r \psi_y}{h} \\ \omega_{ZG} &= -\frac{v_D}{r} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.2.3-13)$$

また、上記を(4.2.3-9)式に代入して $\dot{\underline{\mathbf{x}}}_G$ を求めると、下記のように表される。

$$\dot{\underline{\mathbf{x}}}_G = -\frac{v_D}{r} \underline{\mathbf{y}}_G + \frac{a_T r \psi_y}{h} \underline{\mathbf{z}}_G \dots\dots\dots (4.2.3-14)$$

よって、誘導座標系における角運動量の微係数(4.2.3-8)式は、(4.2.3-13)式を代入して下記のように表される。

$$\dot{\mathbf{h}}_G = \begin{pmatrix} \dot{h}_{XG} \\ \dot{h}_{YG} \\ \dot{h}_{ZG} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{pmatrix}^T \cdot (a_T r \psi_R \underline{\mathbf{z}}_G) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a_T r \psi_R \end{pmatrix} \dots\dots\dots (4.2.3-15)$$

従って、(4.2.3-3)式のタイムツーゴー補正量は、下記のように表される。

$$T_a = \frac{h_f - h(0) - \int_0^{T_p} \dot{h}(t) dt}{\dot{h}(T_p)} \dots\dots\dots (4.2.3-16)$$

$$\dot{h}(t) = a_{T(t)} r(t) \psi_{R(t)} \dots\dots\dots (4.2.3-17)$$

上記の積分項はシンプソンの5点積分公式を用いて、次のように求められる。

$$\int_0^{T_p} \dot{h}(t) dt = \frac{T_p}{12} \left\{ \dot{h}(0) + 4\dot{h}\left(\frac{T_p}{4}\right) + 2\dot{h}\left(\frac{2T_p}{4}\right) + 4\dot{h}\left(\frac{3T_p}{4}\right) + \dot{h}(T_p) \right\} \dots\dots\dots (4.2.3-18)$$

$\dot{h}_{(t)}$ の各要素は次のように計算される。

$$t = \frac{T_p}{4}i, (i=0, 1, 2, 3, 4) \text{としたとき} \dots\dots\dots (4.2.3-19)$$

$$a_{T(t)} = \frac{c^*}{\tau_{m(0)} - t} = \frac{c^*}{\tau_{m(0)} - \frac{T_p}{4}i} \dots\dots\dots (4.2.3-20)$$

$$r_{(t)} = r_{(0)} + \frac{r_{(T_p)} - r_{(0)}}{T_p}t = r_{(0)} + \frac{r_{(T_p)} - r_{(0)}}{4}i \dots\dots\dots (4.2.3-21)$$

$$\Psi_{R(t)} = \sqrt{1 - \Psi_{PD(t)}^2 - \Psi_{YD(t)}^2} \quad (\equiv \Psi_{RD(t)}, \text{最適制御量に沿って運動するものとして}) \dots\dots (4.2.3-22)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここで、} \Psi_{PD(t)} &= \Psi_{PD(0)} + \dot{\Psi}_{PD}t = \Psi_{PD(0)} + \dot{\Psi}_{PD} \frac{T_p}{4}i \\ \Psi_{YD(t)} &= \Psi_{YD(0)} + \dot{\Psi}_{YD}t = \Psi_{YD(0)} + \dot{\Psi}_{YD} \frac{T_p}{4}i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.2.3-23)$$

上記の要求姿勢の微係数は(4.2.1-5)式及び(4.2.2-24)式を微分して

$$\dot{\Psi}_{PD} \equiv \omega_{PD} = c_{P2} + \omega_{Pg} \dots\dots\dots (4.2.3-24)$$

$$\dot{\Psi}_{YD} \equiv \omega_{YD} = \lambda_y c_{y2} \dots\dots\dots (4.2.3-25)$$

$$\omega_{Pg} = \frac{1}{T_p} \left\{ \frac{1}{a_{T(T_p)}} \left(\frac{\mu}{r_{(T_p)}^2} - \frac{h_{(T_p)}^2}{r_{(T_p)}^3} \right) - \frac{1}{a_{T(0)}} \left(\frac{\mu}{r_{(0)}^2} - \frac{h_{(0)}^2}{r_{(0)}^3} \right) \right\} \dots\dots\dots (4.2.3-26)$$

以上のタイムツーゴー計算式をまとめて表4-3に示す。

表4-3 目標点到達予想時間の計算

$T_P = T_{k-1} - \Delta t$	: タイムツォーの暫定値
$a_{Ti} = \frac{c^*}{\tau_m - \left(\frac{T_P}{4}\right)_i} \quad i=0, 1, 2, 3, 4$	: 各時点での推力加速度
$r_i = r + \left(\frac{r_f - r}{4}\right)_i \quad i=0, 1, 2, 3, 4$	: 各時点での地心半径
$\omega_{PD} = c_{P2} + \frac{1}{T_P} \left\{ \frac{1}{a_{T4}} \left(\frac{\mu}{r_f^2} - \frac{h_f^2}{r_f^3} \right) - \frac{1}{a_{T0}} \left(\frac{\mu}{r_0^2} - \frac{h_0^2}{r_0^3} \right) \right\}$	: 誘導座標系でのピッチ要求姿勢変化率
$\omega_{YD} = \lambda_y c_{y2}$	: 誘導座標系でのヨー要求姿勢変化率
$\Psi_{PDi} = \Psi_{PD} + \omega_{PD} \left(\frac{T_P}{4}\right)_i \quad i=0, 1, 2, 3, 4$	: 各時点でのピッチ要求姿勢
$\Psi_{YDi} = \Psi_{YD} + \omega_{YD} \left(\frac{T_P}{4}\right)_i \quad i=0, 1, 2, 3, 4$	: 各時点でのヨー要求姿勢
$\Psi_{RDi} = \sqrt{1 - \Psi_{PDi}^2 - \Psi_{YDi}^2} \quad i=0, 1, 2, 3, 4$	: 各時点でのロール要求姿勢
$\dot{h}_i = a_{Ti} r_i \Psi_{RDi} \quad i=0, 1, 2, 3, 4$	: 各時点での角運動量変化率
$\Delta h_c = \frac{T_P}{12} (\dot{h}_0 + 4\dot{h}_1 + 2\dot{h}_2 + 4\dot{h}_3 + \dot{h}_4)$	: 目標点までの角運動量増分
$T_a = \frac{h_f - h - \Delta h_c}{\dot{h}_4}$	: タイムツォー補正量
$T = T_P + T_a$	: 目標点到達予想時間 (タイムツォー)
ここで、 T_{k-1} : 現時点より Δt 前に計算したタイムツォー値	
Δt	: 誘導計算時間間隔
c^*	: 有効排出速度
τ_m	: 質量ゼロ時間
r	: 地心半径の現在値
r_f	: 地心半径の目標値
h	: 角運動量の現在値
h_f	: 角運動量の目標値
c_{P2}	: ピッチ要求姿勢の時間勾配1次係数
c_{y2}	: ヨー要求姿勢の時間勾配1次係数
λ_y	: ヨー要求姿勢ラグランジュ乗数
Ψ_{PD}	: ピッチ要求姿勢
Ψ_{YD}	: ヨー要求姿勢

4.2.4 目標点までの真近点離角の計算

目標点までの真近点離角の変化量(True Anomaly to go)は、ヨー誘導計算において(4.2.2-23)式で用いるとともに、目標軌道要素から目標点の地心半径及びその変化率を設定する場合にも必要となるものである。

現時点($t=0$)から目標点到達予想時間(T)経過時点までの真近点離角は、次のように計算することができる。

$$\Delta\eta' = \int_0^T \dot{\eta} dt \quad \dots\dots\dots (4.2.4-1)$$

ところで実際の飛行においては、ターゲットベクトル $\underline{r}_T$ は軌道面内にあるとは限らず、右図のような関係となっている。

ヨー誘導計算(4.2.2-23)式に必要な角度は $\underline{y}_G(T)$ と $\underline{r}_T$ のなす角 $\theta_{(T)}$ であり、また、目標地心半径及びその変化率の計算に必要な角度は真近点離角 $\eta_T \{= \eta_A - \theta_{(T)}\}$ であるから、 $\theta_{(T)}$ を精度良く得る必要がある。よって、 $\Delta\eta$ は(4.2.4-1)式よりも次の式で規定される角度とする必要がある。

$$\Delta\eta = \theta - \theta_{(T)} \quad \dots\dots\dots (4.2.4-2)$$

この角度は $\dot{\eta}$ の $\underline{r}_T - \underline{y}_G$ 面に垂直な成分を積分して得られるもので、 $\dot{\eta}$ が(4.2.3-13)式の ω_{ZG} の逆符号であるから、これをベクトルで表現すると、下記のように表される。

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= -\omega_{ZG} \underline{z}_G = \frac{v_D}{r} \underline{z}_G \\ &= \frac{h}{r^2} \underline{z}_G \quad \dots\dots\dots (4.2.4-3) \end{aligned}$$

これを $\underline{r}_T - \underline{y}_G$ 面に垂直な軸に投影すれば次のように表される。

$$\dot{\eta}^* = \dot{\eta} \cdot \left(\frac{\underline{r}_T \times \underline{y}_G}{|\underline{r}_T \times \underline{y}_G|} \right) \quad \dots\dots\dots (4.2.4-4)$$

ここで、 $\underline{r}_T = \xi_a \underline{x}_G + \cos\theta \underline{y}_G + \varepsilon_y \underline{z}_G$ と表せば

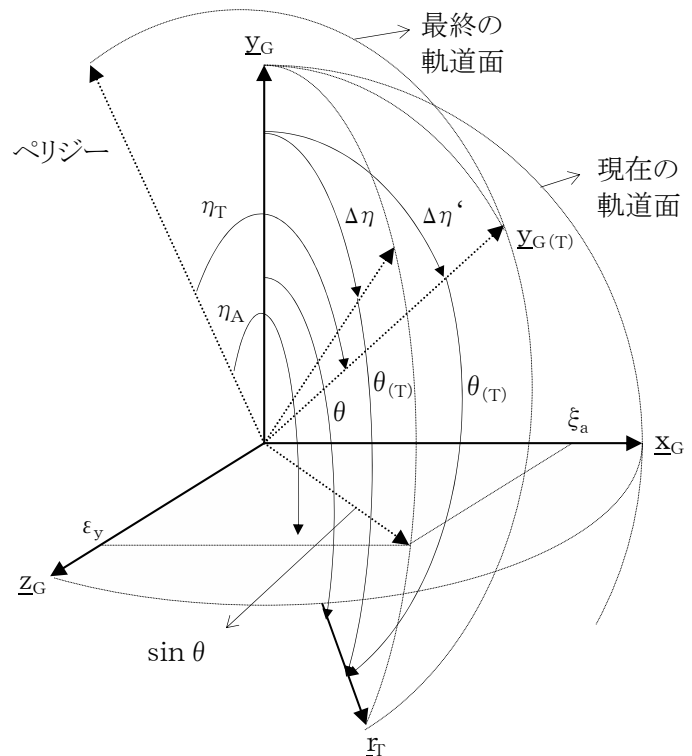
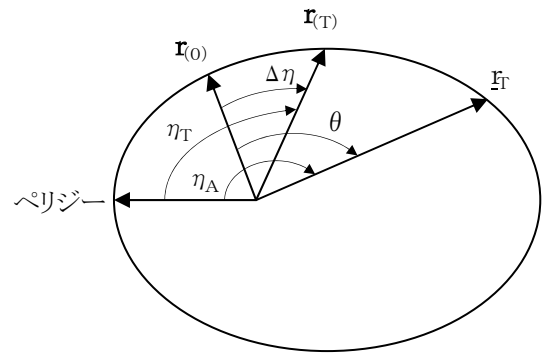
$$\dot{\eta}^* = \dot{\eta} \cdot \left\{ \frac{(\xi_a \underline{x}_G + \cos\theta \underline{y}_G + \varepsilon_y \underline{z}_G) \times \underline{y}_G}{\sin\theta} \right\} = \frac{h}{r^2} \underline{z}_G \cdot \frac{\xi_a \underline{z}_G - \varepsilon_y \underline{x}_G}{\sin\theta} = \frac{h}{r^2} \frac{\xi_a}{\sin\theta} \quad \dots\dots\dots (4.2.4-5)$$

この積分をシンプソンの3点積分公式を用いて解くと、下記で表すことができる。

$$\Delta\eta = \int_0^T \dot{\eta}^* dt = \frac{T}{6} \left\{ \dot{\eta}_{(0)}^* + 4\dot{\eta}_{(T/2)}^* + \dot{\eta}_{(T)}^* \right\} \quad \dots\dots\dots (4.2.4-6)$$

各時点の $\dot{\eta}^*$ は下記で表すことができる。

$$\dot{\eta}_{(0)}^* = \frac{h(0)}{r_{(0)}^2} \frac{\xi_{a(0)}}{\sin\theta_{(0)}} \quad \dots\dots\dots (4.2.4-7)$$



$$\dot{\eta}_{(T/2)}^* = \frac{h_{(T/2)}}{r_{(T/2)}^2} = \frac{h_{(T/2)}}{\left\{ \frac{r_{(0)} + r_{(T)}}{2} \right\}^2} \left\{ \frac{\xi_a(T/2)}{\sin \theta_{(T/2)}} \doteq 1 \text{と仮定している} \right\} \dots\dots\dots (4.2.4-8)$$

$$\dot{\eta}_{(T)}^* = \frac{h_{(T)}}{r_{(T)}^2} \quad (\text{目標点では } \varepsilon_y = 0 \text{ となり、} \sin \theta = \xi_a \text{ である}) \dots\dots\dots (4.2.4-9)$$

ここで $h_{(T/2)}$ はタイムツーゴー計算における角運動量の微係数を $t=0 \sim T/2$ まで、次のようにシンプソンの3点積分公式を用いて得ることができる。

$$h_{(T/2)} = h_{(0)} + \frac{T}{12} \left\{ \dot{h}_{(0)} + 4\dot{h}_{(T/4)} + \dot{h}_{(T/2)} \right\} \dots\dots\dots (4.2.4-10)$$

以上の目標点までの真近点離角の変化量の計算式を表4-4にまとめて示す。

表4-4 目標点までの真近点離角の計算

$$h_{(T/2)} = h + \frac{T}{12} \{ \dot{h}_0 + 4\dot{h}_1 + \dot{h}_2 \} \quad : \text{現時点から目標点までの中間点での角運動量}$$

$$\dot{\eta}_{(0)}^* = \frac{h}{r^2} \frac{\xi_a}{\sin \theta} \quad : \text{現時点での真近点離角変化率}$$

$$\dot{\eta}_{(T/2)}^* = \frac{h_{(T/2)}}{\left\{ \frac{r + r_f}{2} \right\}^2} \quad : \text{現時点から目標点までの中間点での真近点離角変化率}$$

$$\dot{\eta}_{(T)}^* = \frac{h_f}{r_f^2} \quad : \text{目標点での真近点離角変化率}$$

$$\Delta\eta = \frac{T}{6} \left\{ \dot{\eta}_{(0)}^* + 4\dot{\eta}_{(T/2)}^* + \dot{\eta}_{(T)}^* \right\} \quad : \text{目標点までの真近点離角増分}$$

ここで、T : 目標点到達予想時間(タイムツーゴー)

r : 地心半径の現在値

r_f : 地心半径の目標値

h : 角運動量の現在値

h_f : 角運動量の目標値

$\dot{h}$: 角運動量変化率(タイムツーゴー計算における表4-3)

ξ_a : ターゲットベクトルの $\underline{x}_G$ 成分(= $\underline{r}_T \times \underline{x}_G$)

θ : 地心半径ベクトルからターゲットベクトルまでの角度(= $\cos^{-1}(\underline{r}_T \times \underline{y}_G)$)

4.2.5 目標軌道状態の与え方

誘導計算で用いる目標軌道状態量には次のものがある。

r_f : 地心半径

$\dot{r}_f$: 地心半径変化率

h_f : 角運動量

ε_{yf} : ヨー状態量

$\mathbf{r}_T$: ターゲットベクトル

ピッチ誘導は軌道面内の軌道の楕円形状を目標の楕円形状に合わせるように誘導するが、その目標軌道に到達した時点のダウンレンジは制御しないため、地心半径(r_f)及びその変化率

($\dot{r}_f$)を定数で固定して与えたのではダウンレンジがずれた分だけペリジ一点がずれてしまう(近地点引数が増える)ので、ペリジ一点を固定して目標楕円軌道上で到達可能な目標点を設定する必要がある。このペリジ一点の位置は、慣性系で一定値として設定されるターゲットベクトルを基点に、真近点離角(η_A)を定数で与えることにより、慣性系で固定した位置に設定される。このペリジ一点から目標軌道到達点までの真近点離角(η_T)を予測して求め、目標軌道状態量を設定する。この場合、目標点の真近点離角は次のように得られる。

$$\eta_T = \eta_A - (\theta - \Delta\eta) \quad \dots\dots\dots (4.2.5-1)$$

ここで、 η_A : ターゲットベクトル真近点離角(定数)

$$\theta : \text{現在位置からターゲットベクトルまでの角度} \left\{ \cos^{-1} \left(\frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \cdot \mathbf{r}_T \right) \right\}$$

$\Delta\eta$: 目標点までの真近点離角(4.2.4項)

従って、目標軌道状態は次式で与えられる。

$$r_f = \frac{P}{1 + e \cdot \cos \eta_T} \quad \dots\dots\dots (4.2.5-2)$$

$$\dot{r}_f = v_p \sin \eta_T \quad \dots\dots\dots (4.2.5-3)$$

但し、 P 、 e 、 h_f 、 v_p は目標軌道エネルギーと目標近地点半径を用いて、次式で計算される。

$$e = 1 + \frac{2r_p E_f}{\mu} : \text{軌道離心率} \quad \dots\dots\dots (4.2.5-4)$$

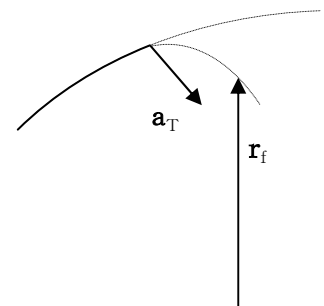
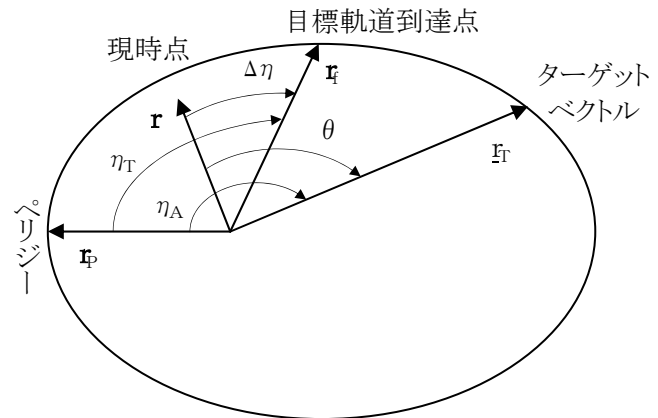
$$P = r_p (1 + e) : \text{軌道半通径} \quad \dots\dots\dots (4.2.5-5)$$

$$h_f = \sqrt{\mu P} : \text{角運動量} \quad \dots\dots\dots (4.2.5-6)$$

$$v_p = \frac{eh_f}{P} : \text{ペリジ一点での速度} \quad \dots\dots\dots (4.2.5-7)$$

ここで、 E_f : 目標軌道エネルギー(定数)

r_p : 目標近地点半径(定数)



ところで目標軌道に近づいてゆくと、地心半径を目標に合わせるためにピッチ誘導は急激な姿勢変更を余儀なくされ、地心半径変化率をずらしてしまう。これは一つの制御変数(ピッチ姿勢)で2つの状態量(地心半径とその変化率)を制御することが、目標軌道に近づくと困難になるからで、目標軌道にある程度近づいた時点で地心半径の目標値を下記で与えることにより、地心半径の誘導を止めて地心半径変化率のみの誘導に切り換える。

$$\mathbf{r}_f = \mathbf{r} + \dot{\mathbf{r}}_f T \quad \dots\dots\dots (4.2.5-8)$$

ここで、 $\mathbf{r}$: 現在の地心半径

T : 目標点到達予想時間(タイムツーゴー)

次に、ヨー状態量は、ターゲットベクトルの軌道面外成分(ε_y)として定義されており、ヨー誘導が軌道面をターゲットベクトル方向に向けるように誘導することから、目標値は通常、ゼロである。

$$\varepsilon_{yf} = 0 \quad \dots\dots\dots (4.2.5-9)$$

ターゲットベクトルは前述のように、慣性系で一定値として定数で与えるものであり、原理的には目標軌道面内の任意の方向に設定できる。但し、ヨー誘導が軌道傾斜角を直接制御していないため、実際の軌道面が目標軌道からずれた位置でターゲットベクトル方向を向いた(ヨー状態量がゼロとなった)場合でも、軌道傾斜角のずれが最も小さくなる方向にターゲットベクトルを設定する必要がある。

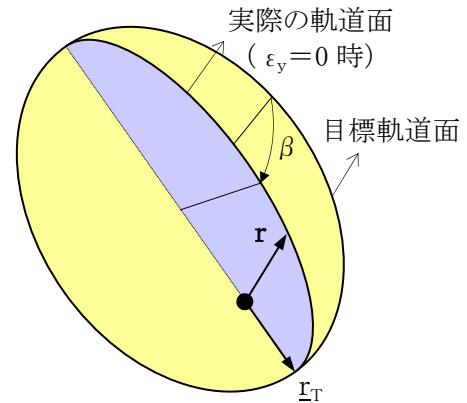
ここで、実際の軌道面と目標軌道面とはヨー状態量がゼロの時にはターゲットベクトルを共有しているので、この2つの軌道面のずれ角を β とすると、実際の角運動量ベクトルは次式で表される。

$$\mathbf{h}' = \mathbf{q} \otimes \mathbf{h} \otimes \mathbf{q}^* \quad \dots\dots\dots (4.2.5-10)$$

$$\mathbf{q} = \cos \frac{\beta}{2} + \sin \frac{\beta}{2} \mathbf{r}_T \quad \dots\dots\dots (4.2.5-11)$$

ここで、 $\mathbf{h}$: 目標角運動量ベクトル

$\mathbf{q}$: 目標軌道面から実際の軌道面への回転を表す
四元数



この式を展開すれば、下記のように表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{h}' &= \begin{pmatrix} \cos \frac{\beta}{2} & -\sin \frac{\beta}{2} \mathbf{r}_T \\ \sin \frac{\beta}{2} \mathbf{r}_T & \cos \frac{\beta}{2} \mathbf{1} + \sin \frac{\beta}{2} [\mathbf{r}_T \times] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{h} \end{pmatrix} \otimes \mathbf{q}^* \\ &= \left[-\sin \frac{\beta}{2} (\mathbf{r}_T \cdot \mathbf{h}) + \left\{ \cos \frac{\beta}{2} \mathbf{h} + \sin \frac{\beta}{2} (\mathbf{r}_T \times \mathbf{h}) \right\} \right] \otimes \mathbf{q}^* \\ &= \begin{pmatrix} -\sin \frac{\beta}{2} (\mathbf{r}_T \cdot \mathbf{h}) & -\cos \frac{\beta}{2} \mathbf{h} - \sin \frac{\beta}{2} (\mathbf{r}_T \times \mathbf{h}) \\ \cos \frac{\beta}{2} \mathbf{h} + \sin \frac{\beta}{2} (\mathbf{r}_T \times \mathbf{h}) & -\sin \frac{\beta}{2} (\mathbf{r}_T \cdot \mathbf{h}) \mathbf{1} + \cos \frac{\beta}{2} [\mathbf{h} \times] + \sin \frac{\beta}{2} [(\mathbf{r}_T \times \mathbf{h}) \times] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \frac{\beta}{2} \\ -\sin \frac{\beta}{2} \mathbf{r}_T \end{pmatrix} \\ &= -\sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2} (\mathbf{r}_T \cdot \mathbf{h}) + \cos^2 \frac{\beta}{2} \mathbf{h} + \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2} (\mathbf{r}_T \times \mathbf{h}) + \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2} (\mathbf{h} \cdot \mathbf{r}_T) + \sin^2 \frac{\beta}{2} \{ (\mathbf{r}_T \times \mathbf{h}) \cdot \mathbf{r}_T \} \\ &\quad + \sin^2 \frac{\beta}{2} (\mathbf{r}_T \cdot \mathbf{h}) \mathbf{r}_T - \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2} (\mathbf{h} \times \mathbf{r}_T) - \sin^2 \frac{\beta}{2} \{ (\mathbf{r}_T \times \mathbf{h}) \times \mathbf{r}_T \} \end{aligned}$$

ここで $\mathbf{h}$ と $\mathbf{r}_T$ は直交しているので、 $(\mathbf{r}_T \times \mathbf{h}) \cdot \mathbf{r}_T = 0$ 、 $(\mathbf{r}_T \cdot \mathbf{h}) = 0$ 、 $(\mathbf{r}_T \times \mathbf{h}) \times \mathbf{r}_T = \mathbf{h}$ であるから

$$\begin{aligned} \mathbf{h}' &= \cos^2 \frac{\beta}{2} \mathbf{h} + \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2} (\mathbf{r}_T \times \mathbf{h}) - \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2} (\mathbf{h} \times \mathbf{r}_T) - \sin^2 \frac{\beta}{2} \mathbf{h} \\ &= \left(\cos^2 \frac{\beta}{2} - \sin^2 \frac{\beta}{2} \right) \mathbf{h} - 2 \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2} (\mathbf{h} \times \mathbf{r}_T) = \cos \beta \mathbf{h} - \sin \beta (\mathbf{h} \times \mathbf{r}_T) \quad \dots\dots\dots (4.2.5-12) \end{aligned}$$

また、角運動量の大きさは、正常に誘導されれば目標値に一致している($|\mathbf{h}'| = |\mathbf{h}|$)はずなので、軌道傾斜角は次のように表される。

$$\cos i = \frac{\mathbf{h}' \cdot \mathbf{z}}{|\mathbf{h}'|} = \frac{1}{h} (\mathbf{h}' \cdot \mathbf{z}) = \frac{1}{h} [\cos \beta (\mathbf{h} \cdot \mathbf{z}) - \sin \beta \{(\mathbf{h} \times \mathbf{r}_T) \cdot \mathbf{z}\}] \quad \dots\dots\dots (4.2.5-13)$$

ここで、 $\mathbf{z}$ は慣性系の z 軸(地球自転軸方向)である。

上記の式において、 β に対する軌道傾斜角 i の勾配を求めると、下記のように表される。

$$\frac{\partial i}{\partial \beta} = -\frac{1}{h \sin i} [-\sin \beta (\mathbf{h} \cdot \mathbf{z}) - \cos \beta \{(\mathbf{h} \times \mathbf{r}_T) \cdot \mathbf{z}\}]$$

ここでスカラー3重積より $(\mathbf{h} \times \mathbf{r}_T) \cdot \mathbf{z} = (\mathbf{z} \times \mathbf{h}) \cdot \mathbf{r}_T$ であり、降交点方向の単位ベクトル($\mathbf{d}$)を用いて $\mathbf{z} \times \mathbf{h} = h \sin i \mathbf{d}$ であるから、下記で表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial i}{\partial \beta} &= -\frac{1}{h \sin i} [-h \sin \beta \cos i - h \cos \beta \sin i (\mathbf{d} \cdot \mathbf{r}_T)] \\ &= \frac{\sin \beta}{\tan i} + \cos \beta (\mathbf{d} \cdot \mathbf{r}_T) \quad \dots\dots\dots (4.2.5-14) \end{aligned}$$

ターゲットベクトル($\mathbf{r}_T$)が最適な方向に設定されているならば、上記の勾配はゼロにならねばならないから、

$$\frac{\sin \beta}{\tan i} + \cos \beta (\mathbf{d} \cdot \mathbf{r}_T) = 0 \quad \dots\dots\dots (4.2.5-15)$$

従って、 $\beta = 0$ の近傍では下記の条件が成立していなければならない。

$$\mathbf{d} \cdot \mathbf{r}_T = \frac{\mathbf{z} \times \mathbf{h}}{|\mathbf{z} \times \mathbf{h}|} \cdot \mathbf{r}_T = 0 \quad \dots\dots\dots (4.2.5-16)$$

よって、ターゲットベクトルは $\mathbf{z} \times \mathbf{h}$ ベクトルに垂直で、また $\mathbf{h}$ ベクトルにも垂直であるから、下記の通り設定すればよいことになる。

$$\mathbf{r}_T = \frac{(\mathbf{z} \times \mathbf{h}) \times \mathbf{h}}{|(\mathbf{z} \times \mathbf{h}) \times \mathbf{h}|} \quad \dots\dots\dots (4.2.5-17)$$

以上のターゲティング計算をまとめて表4-5に示す。

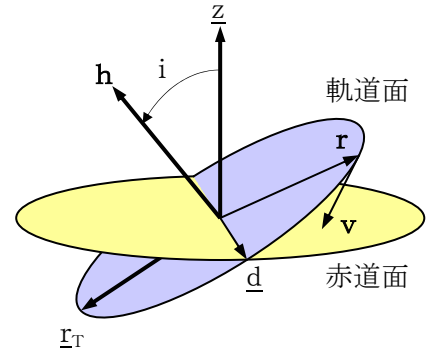


表4-5 目標軌道状態量の設定

$\eta_T = \eta_A - (\theta - \Delta\eta)$	: 目標点の真近点離角
$e = 1 + \frac{2r_p E_f}{\mu}$	: 目標軌道の離心率
$P = r_p (1 + e)$	: 目標軌道の半通径
$h_f = \sqrt{\mu P}$	: 目標軌道の角運動量
$v_p = \frac{eh_f}{P}$	: 目標軌道のペリジー速度
$r_f = \frac{P}{1 + e \cdot \cos \eta_T}$	: 目標点の地心半径
$\dot{r}_f = v_p \sin \eta_T$	: 目標点の地心半径変化率
$\varepsilon_{yf} = 0$	: 目標ヨー状態量(定数で与える)
$\mathbf{r}_T = \frac{(\mathbf{z} \times \mathbf{h}_f) \times \mathbf{h}_f}{ (\mathbf{z} \times \mathbf{h}_f) \times \mathbf{h}_f }$	: ターゲットベクトル(定数で与える)
ここで、 η_A : ターゲットベクトル真近点離角(定数で与える)	
θ : 現時点からターゲットベクトルまでの角度 $\left\{ \cos^{-1} \left(\frac{\mathbf{r}}{ \mathbf{r} } \cdot \mathbf{r}_T \right) \right\}$	
$\Delta\eta$: 目標点までの真近点離角(4.2.4項)	
E_f : 目標軌道エネルギー(定数で与える)	
r_p : 目標近地点半径(定数で与える)	
$\mathbf{h}_f$: 目標軌道の角運動量ベクトル	

4.3 慣性飛行フェーズの誘導

慣性飛行時には、誘導による姿勢修正を行う。目標姿勢は慣性座標系で与える方式と、誘導座標系(軌道座標系)で与える方式がある。

H-Iロケットは、第3段固体モータの燃焼がスピン安定のみの無誘導無制御で行われる。また、ダウンレンジ方向の位置は誘導されないので、第3段点火時の位置は計画からずれ、その時の局地相対姿勢も計画からずれる。このため、実際の点火位置を考慮した適切な姿勢で燃焼させないと投入軌道が大きくずれることとなる。この場合には、第3段分離前に慣性飛行時の姿勢修正を行い、軌道座標系に対する相対姿勢を目標値に合わせておくことで、第3段燃焼終了時の投入軌道が計画値から大きくずれないようにする。

姿勢修正機能のその他の用途としては、動力飛行時の誘導によってノミナルからずらされた姿勢を元に戻すことで、それ以降に印加されるプログラムレートによる姿勢変更時に姿勢がノミナルからずれないようにするために使用される。さらに、H-Iロケット2段式あるいはH-IIロケットでは、衛星分離姿勢を計画値に設定するためにも使用することができる。しかし、これまでは衛星分離姿勢のミッション要求は、軌道座標系に対する相対姿勢で設定するように要求されたことはなく、慣性座標系でのノミナル値に設定するケースのみであった。このため衛星分離姿勢は、姿勢制御機能が持っている姿勢ポインティング機能で、慣性座標系で与えたノミナル姿勢に設定している。

慣性座標系で目標姿勢を与える場合、下記のように現在の誘導座標系から見た要求姿勢の方向余弦を求め、4.4項の誘導操舵コマンドの計算を動力飛行誘導と共通に使用できるようにする。

$$\begin{pmatrix} \Psi_{RD} \\ \Psi_{PD} \\ \Psi_{YD} \end{pmatrix} = (\mathbf{D}_G^N)^T \cdot \begin{pmatrix} X_{Bx_N} \\ X_{By_N} \\ X_{Bz_N} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (4.3-1)$$

ここで、 $\mathbf{D}_G^N$: 慣性座標系から見た誘導座標系方向余弦マトリクス

$$\begin{pmatrix} X_{Bx_N} \\ X_{By_N} \\ X_{Bz_N} \end{pmatrix} : \text{慣性座標系から見た目標機体ロール軸(定数で与える)}$$

誘導座標系で目標姿勢を与える場合も同様に、下記のように表される。

$$\begin{pmatrix} \Psi_{RD} \\ \Psi_{PD} \\ \Psi_{YD} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_{RD_N} \\ \Psi_{PD_N} \\ \Psi_{YD_N} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (4.3-2)$$

ここで、 $\begin{pmatrix} \Psi_{RD_N} \\ \Psi_{PD_N} \\ \Psi_{YD_N} \end{pmatrix}$: 誘導座標系から見た目標機体ロール軸(定数で与える)

さらに、ロール姿勢修正を行う場合、下記のように目標姿勢を設定する。

$$\begin{pmatrix} \Phi_{RD} \\ \Phi_{PD} \\ \Phi_{YD} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_{RD_N} \\ \Phi_{PD_N} \\ \Phi_{YD_N} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (4.3-3)$$

ここで、 $\begin{pmatrix} \Phi_{RD_N} \\ \Phi_{PD_N} \\ \Phi_{YD_N} \end{pmatrix}$: 誘導座標系から見た目標機体ピッチ軸(定数で与える)

また、上記の目標姿勢は、いずれも変化率ゼロとしている。

$$\omega_{RD} = \omega_{PD} = \omega_{YD} = 0 \dots\dots\dots (4.3-4)$$

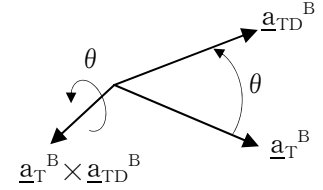
4.4 誘導操舵コマンドの計算

現在の推力加速度方向ベクトルと要求推力加速度方向ベクトルは、誘導座標系から見た方向余弦を用いてそれぞれ下記のように表される。

$$\underline{a}_T^G = \begin{pmatrix} \Psi_R \\ \Psi_P \\ \Psi_Y \end{pmatrix} \cdots \cdots \cdots (4.4-1)$$

$$\underline{a}_{TD}^G = \begin{pmatrix} \Psi_{RD} \\ \Psi_{PD} \\ \Psi_{YD} \end{pmatrix} \cdots \cdots \cdots (4.4-2)$$

よって、これらのベクトルを機体座標系に変換して外積をとれば、現在の推力加速度方向から要求推力加速度方向への回転軸ベクトルが得られ、その大きさは2つのベクトルの内角の正弦となるので、この外積の結果に適切なゲインを掛ければ、機体座標系における誘導コマンドレートが得られることとなる。しかし、現在の推力加速度方向ベクトルは慣性センサによって計測された速度増分から求めるため、H-IロケットのIMUでは分解能が荒くて精度が出ないので、代わりに機体ロール軸ベクトルを用いて、下記のように求める。



$$\underline{a}_{TD}^B = \left(\underline{D}_B^N \right)^T \cdot \underline{D}_G^N \cdot \underline{a}_{TD}^G = \begin{pmatrix} x_B & y_B & z_B \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} x_G & y_G & z_G \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Psi_{RD} \\ \Psi_{PD} \\ \Psi_{YD} \end{pmatrix} \cdots \cdots \cdots (4.4-3)$$

$$\underline{a}_T^B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdots \cdots \cdots (4.4-4)$$

$$\underline{\omega}_C \equiv \begin{pmatrix} - \\ \omega_{PC} \\ \omega_{YC} \end{pmatrix} = G \left(\underline{a}_T^B \times \underline{a}_{TD}^B \right) \cdots \cdots \cdots (4.4-5)$$

ここで、G: 誘導操舵ゲイン

ところで、ここで計算された誘導コマンドレートが機体に作用して、実際に機体姿勢が誘導コマンドレートに従って回転するには時間が掛かる。そこで、この時間の遅れを考慮して、現時点から遅れ時間分が経過した時点での機体姿勢及び要求姿勢を用いて誘導コマンドレートを計算する必要がある。

この時間遅れ補償は、計算された時点の次の誘導計算サイクルに誘導コマンドレートが姿勢制御演算に反映され、そこで求められた操舵信号に基づいて機体姿勢が所定の姿勢に回転するまでに、誘導計算サイクルの整数倍の時間が掛かるものとして、以下のように行う。

まず、この遅れサイクル数を j_0 サイクルとして、 j_0 サイクル後の機体座標系方向余弦マトリクスは、現在の機体座標系方向余弦マトリクスを、 j_0 サイクル前から1サイクル前までの誘導コマンドレートで回転させて、下記のように予測する。

$$\underline{D}_{B,k+j_0}^N = \underline{D}_B^N \cdot \left(\mathbf{1} + \Delta t [\underline{\omega}_{C,k-j_0} \times] \right) \cdot \left(\mathbf{1} + \Delta t [\underline{\omega}_{C,k-j_0+1} \times] \right) \cdots \left(\mathbf{1} + \Delta t [\underline{\omega}_{C,k-1} \times] \right) \cdots \cdots \cdots (4.4-6)$$

ここで、 Δt : 誘導計算刻み

$\underline{\omega}_C = (0 \underline{x}_B + \omega_{PC} \underline{y}_B + \omega_{YC} \underline{z}_B)$: 誘導コマンドレート

添字k : 現時点の誘導計算サイクルを示す。

添字k-i : 現時点からiサイクル前の誘導計算サイクルを示す。

次に、誘導座標系が(4.2.3-13)式の回転角速度を持っているので、 j_0 サイクル後の誘導座標系方向余弦マトリクスは下記のように予測できる。

$$\mathbf{D}_{G,k+j_0}^N = \mathbf{D}_G^N \cdot (\mathbf{1} + j_0 \Delta t [\boldsymbol{\omega}_G \times]) \quad \dots\dots\dots (4.4-7)$$

ここで、 $\boldsymbol{\omega}_G = (\omega_{xG}\underline{x}_G + \omega_{yG}\underline{y}_G + \omega_{zG}\underline{z}_G)$: 誘導座標系回転角速度

推力加速度方向ベクトルのピッチ要求姿勢及びヨー要求姿勢が(4.2.3-24)式及び(4.2.3-25)式の変化率を持っているので、 j_0 サイクル後の要求推力加速度方向ベクトルは下記のように予測できる。

$$\underline{a}_{TD,k+j_0} \equiv \begin{pmatrix} \hat{\psi}_{RD,k+j_0} \\ \hat{\psi}_{PD,k+j_0} \\ \hat{\psi}_{YD,k+j_0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{1 - \hat{\psi}_{PD,k+j_0}^2 - \hat{\psi}_{YD,k+j_0}^2} \\ \psi_{PD} + j_0 \Delta t \omega_{PD} \\ \psi_{YD} + j_0 \Delta t \omega_{YD} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (4.4-8)$$

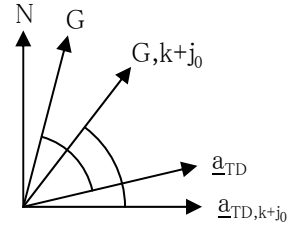
ところで、要求姿勢は下記のように時間の関数で表せるから

$$\underline{a}_{TD}(t) = \psi_{RD}(t)\underline{x}_G(t) + \psi_{PD}(t)\underline{y}_G(t) + \psi_{YD}(t)\underline{z}_G(t) \quad \dots\dots\dots (4.4-9)$$

($\underline{a}_{TD}(t) = \psi_{RD}(t)\underline{x}_G(0) + \psi_{PD}(t)\underline{y}_G(0) + \psi_{YD}(t)\underline{z}_G(0)$ ではない)

上記(4.4-8)式は j_0 サイクル後の誘導座標系から見た要求姿勢である。

$$\underline{a}_{TD,k+j_0}^{G,k+j_0} \equiv \begin{pmatrix} \hat{\psi}_{RD,k+j_0} \\ \hat{\psi}_{PD,k+j_0} \\ \hat{\psi}_{YD,k+j_0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{1 - \hat{\psi}_{PD,k+j_0}^2 - \hat{\psi}_{YD,k+j_0}^2} \\ \psi_{PD} + j_0 \Delta t \omega_{PD} \\ \psi_{YD} + j_0 \Delta t \omega_{YD} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (4.4-10)$$



従って、誘導コマンドレートは、時間遅れ補償を行って下記のように求められる。

$$\underline{a}_{TD,k+j_0}^B = (\mathbf{D}_{B,k+j_0}^N)^T \cdot \mathbf{D}_{G,k+j_0}^N \cdot \underline{a}_{TD,k+j_0}^{G,k+j_0} \quad \dots\dots\dots (4.4-11)$$

$$\boldsymbol{\omega}_C \equiv \begin{pmatrix} - \\ \omega_{PC} \\ \omega_{YC} \end{pmatrix} = G \left(\underline{a}_T^B \times \underline{a}_{TD,k+j_0}^{B,k+j_0} \right) \quad \dots\dots\dots (4.4-12)$$

慣性飛行時のロール姿勢修正操舵は、機体ピッチ姿勢を4.3項で設定された要求機体ピッチ姿勢に合わせるため、ロール誘導コマンドレートを以下のように求める。

$$\underline{y}_{BD,k+j_0}^{G,k+j_0} \equiv \begin{pmatrix} \hat{\phi}_{RD,k+j_0} \\ \hat{\phi}_{PD,k+j_0} \\ \hat{\phi}_{YD,k+j_0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{RD} + j_0 \Delta t \omega_{RD} \\ \sqrt{1 - \hat{\phi}_{RD,k+j_0}^2 - \hat{\phi}_{YD,k+j_0}^2} \\ \phi_{YD} + j_0 \Delta t \omega_{YD} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (4.4-13)$$

$$\underline{y}_{BD,k+j_0}^B = (\mathbf{D}_{B,k+j_0}^N)^T \cdot \mathbf{D}_{G,k+j_0}^N \cdot \underline{y}_{BD,k+j_0}^{G,k+j_0} \quad \dots\dots\dots (4.4-14)$$

$$\boldsymbol{\omega}_C \equiv \begin{pmatrix} \omega_{RC} \\ - \\ - \end{pmatrix} = G \left(\underline{y}_B^B \times \underline{y}_{BD,k+j_0}^{B,k+j_0} \right) \quad \dots\dots\dots (4.4-15)$$

ここで、 $\underline{y}_B^B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$: 機体ピッチ軸

5 H-IIロケットの誘導

5.1 誘導制御系システムの概要

H-IIロケットは、部品に至るまで国産化を目指して開発が行われた。誘導制御系システムは、H-Iロケットのシステムをベースに、慣性誘導装置の中心機器である慣性センサ・ユニット(IMU)と慣性誘導計算機(IGC)を新規設計して開発した。IMUには最新の国産技術を取り入れてリング・レーザ・ジャイロ(RLG)を採用し、H-Iロケットの慣性プラットフォーム方式から小型、軽量、低消費電力化が図れるストラップダウン方式に変更した。H-Iロケットで搭載したレートジャイロは、姿勢制御系安定性解析の結果、不要と判断して搭載しないこととしたが、機体が大型化し、さらに固体ロケットブースタ(SRB)2本を両脇に抱えた形状のために、空気力による横加重が大きくなるので、それを低減するロードリリーフ制御を採用することとして、横加速度計測装置(LAMU)を新規に開発して搭載した。その他、データ・インタフェース・ユニット(DIU)及び制御電子パッケージ(E-PKG)はH-Iロケット用をベースに改修し、慣性誘導プログラム(IGP)もH-Iロケット用をベースに、H-IIロケットのシステムに合わせて開発した。図5-1に関連機器を含めた誘導制御系のシステム構成を示す。

慣性センサユニット(IMU)のジャイロに採用されたRLGは当時、N-IIロケットで採用されていた同方式のチューンド・ドライ・ジャイロ(TDG)と共に研究開発が進んでおり、完成度から見たらTDGの方が先行している感もあったが、ロケット用としてのダイナミックレンジの広さや将来性を重視してRLGが採用された。これらのジャイロは、ダンピング特性をオイルによって付与する従来のものとは異なって温度制御が不要なので、これらジャイロと組み合わせて使用するためのエアダンプ方式の加速度計についても研究開発を進めており、この加速度計を採用して温度制御の不要なIMUとした。ジャイロ及び加速度計が出力したセンサデータのドリフト補償処理や初期アライメントを行うためのプロセッサは、適当な組込用マイクロ・プロセッサ・ユニット(MPU)が国産部品として無かったことから、IMUには含めないこととし、それらの処理はIGCで行う方式とした。

初期アライメントは、ジャイロの精度があまり良くなかったことから、方位アライメントには光学方式を採用することとし、加速度データで行うレベルアライメント処理に追加してジャイロ・バイアス・ドリフトを計測して補正する機能を持たせた。しかし、開発後期において打上整備作業のコストを低減するために、精度要求が厳しくないミッションにおいては光学アライメントを実施しない方針が出されたので、小改修で済むように機体がパッド・サービス・タワー(PST)内で静止している間に方位アライメントを行う機能を追加して対応することとした。その後、推進薬を充填すると機体が捻れる可能性があることが懸念されたので、機体をPSTから出して推進薬を充填した後で、機体が風で揺れている状況下でレベルアライメントと一緒に方位アライメントも行う必要が生じた。これに対しては、本来ならば抜本的に初期アライメント方式を見直す必要があったが、開発完了間近で大幅な改修を行うことは得策でないと判断され、機体静止時に実施する条件で設計した方位アライメント処理では精度が相当に悪くなるが、そのまま使用することとした。そこで、地上試験機(GTV)や実機の極低温試験時に機体にカメラ(ITV)を取り付けて推進薬充填時の捻れ計測を行い、無視可能な程度に小さいかまたは、機体毎のばらつきが小さくて平均的な計測値で補正可能か、を見極めることとした。このIMUを含む航法系については、ストラップダウン航法演算の解説を含めて、関連資料(1)に示している。

慣性誘導計算機(IGC)は、H-Iロケットで用いた4ビットスライスのマイクロプロセッサ(AMD2914C)しか、国産MPUとしては選択の余地が無かったことから、それを採用することとした。しかし、処理能力の要求量を見積もった結果、航法方式に処理負荷が若干増えるストラップダウン方式を採用すること、姿勢制御におい

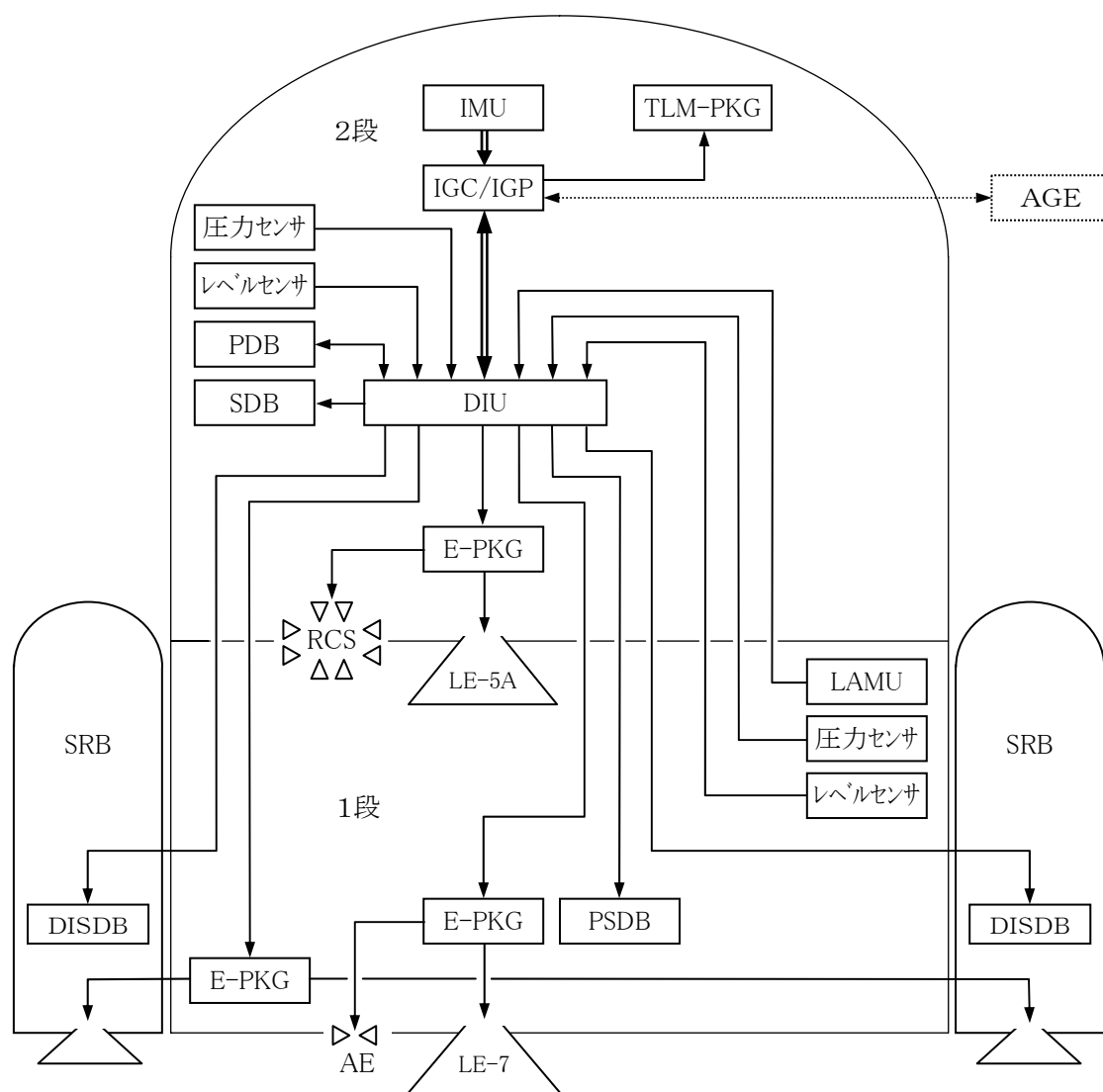
てロードリリーフ制御を採用すること等から、H-Iロケットに比べて約33%程度以上は向上させる必要があることが明らかになった。このため、4命令ほど先読み解読(アドレス演算)するMPU周りの回路設計(命令パイプライン処理)や、周期の異なる複数のクロックを使用して実行速度を高める方法を取り、また、搭載ソフトウェアにとって効率的な命令セットを独自に設計して、要求処理能力を実現した。この結果、速度はH-Iロケットの約0.25MIPSに対し、0.34MIPS程度となった。基本クロック周波数は4.7MHzである。

メモリは、H-Iロケットが集積度4kビットのCMOSメモリを1語16ビットで16k語搭載していたのを、集積度を64kビットに高めて1語16ビットで32k語に増やした。宇宙放射線によるビット反転(シングスイート・アップセット)等のメモリエラー対策は、H-Iロケットではパリティビット(1ビット)を付加してハードウェアによる検出とソフトウェアによる修正の方法を採ったが、H-IIロケットではエラー・コレクティング・コード(ECC、6ビット)を付加して、1ビット誤りの修正と2ビット誤りの検出がハードウェアで行える方式とした。

搭載ソフトウェアは、H-Iロケットでは打上げに使用する慣性誘導プログラムと整備点検用の発射前テストプログラムに分けて、別々に計算機にロードして使用したのに対し、H-IIロケットではそれらを慣性誘導プログラム(IGP)として一本化し、発射前の整備点検においてもフライト機能部分を最大限動かして確認できるような設計とした。この結果、当初のメモリ必要量見積もり24k語より多くなった。これは、IGCのアドレス修飾方式が、16ビットに命令コードや汎用レジスタ指定の他に、いくつものアドレス修飾指定ビットをきれいな形で詰め込むことが困難だったため、プログラムカウンタ相対アドレス方式の採用を断念し、メモリ参照命令は全て2語命令として、第2語目にメモリアドレスを指定する形式としたことも大きく影響している。

IGPではH-Iロケットと同様に、全てが固定小数点演算で行われる。このため、データのスケールファクタ管理をきちんと行えるように、開発検証用ツールであるICS(Interpretive Computer Simulation)を構成しているアセンブリ言語にデータのスケールファクタを定義できるようにし、IGPを解釈実行する時には、演算対象データと演算結果のスケールファクタをチェックする機能を、ICSのデバッグ機能に追加した。H-IロケットにおいてもICSを整備してIGPの開発検証を実施したが、スケールファクタについてはオーバーフローに対する余裕のチェックのみであったのを、機能拡張した。

図5-2にIGPの機能構成を示す。



IMU : 慣性センサ・ユニット
 IGC : 慣性誘導計算機
 IGP : 慣性誘導プログラム
 DIU : データ・インタフェース・ユニット
 LAMU : 横加速度計測装置
 E-PKG : 制御電子パッケージ

AGE : 誘導管制卓

SDB : 信号分配機
 PDB : 電力分配機
 PSDB : 電力信号分配機
 DISDB : 破壊・分離信号分配機
 TLM-PKG : テレメータ送信機
 RCS : ガスジェット装置
 LE-5A : 2段エンジン
 LE-7 : 1段エンジン
 AE : 補助エンジン
 SRB : 固体ロケットブースタ

図5-1 H-IIロケット誘導制御系システム

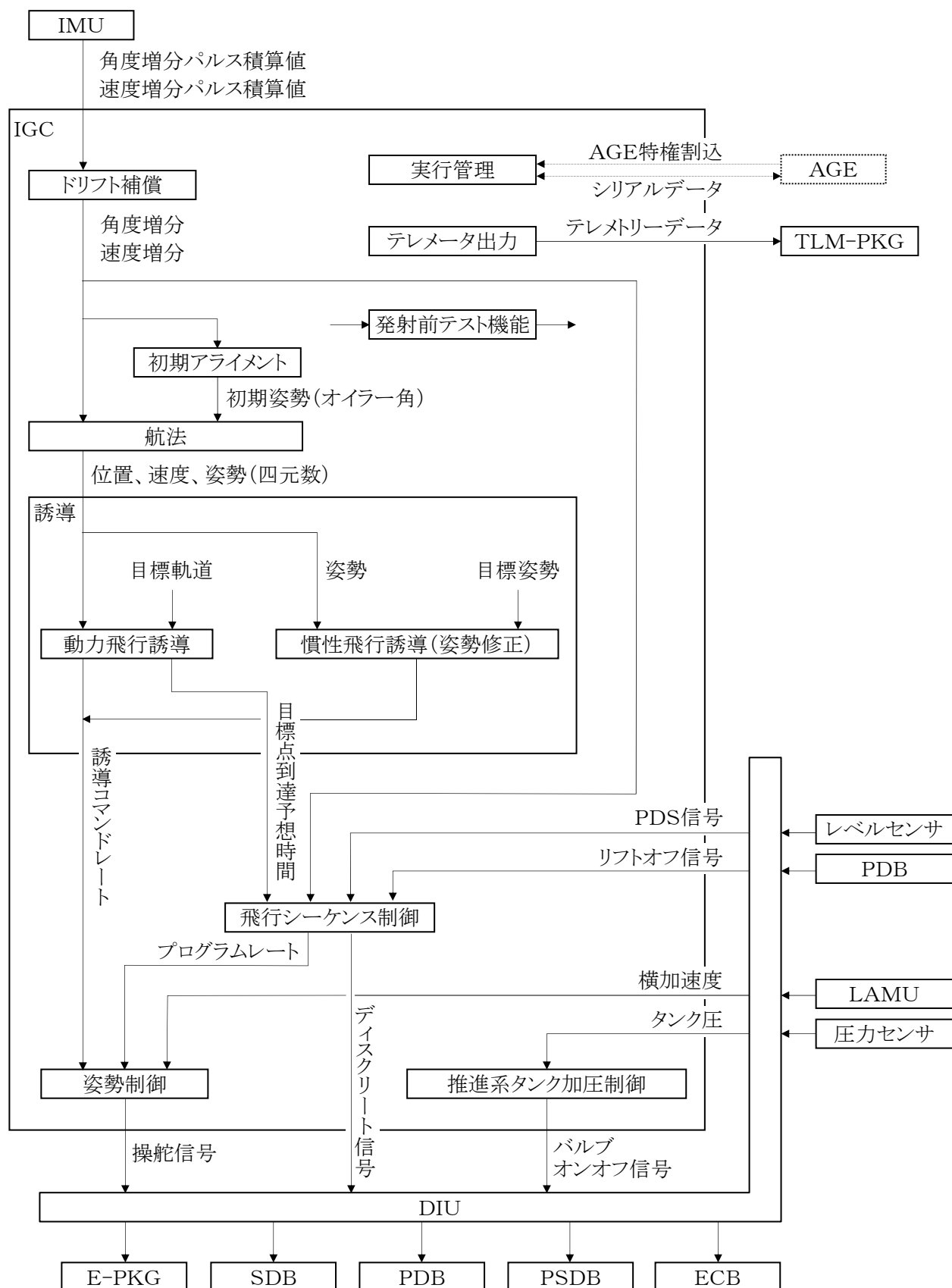


図5-2 H-IIロケット慣性誘導プログラムの機能構成

5.2 誘導方式

H-IIロケットは、H-Iロケットの機能に対して、地上局からの可視性を確保するために、第2段再着火位置のばらつきを押さえる再着火時刻調整機能を付加したのと、バンク角を計画値に合わせるロール姿勢修正機能を付加した程度で、基本的にはH-Iロケットと同じ誘導方式を採用して開発に着手したが、宇宙ステーションへの物資補給船を、宇宙ステーションと同じ軌道に投入する能力を持たせることが、開発の途中で追加要求されたので、それに対応できるように、ヨー誘導則を軌道面外方向の位置及び速度を制御できる修正線形サイン則に変更した。

第2段再着火時刻調整機能は、第2段第1回燃焼停止時の軌道上位置（緯度引数）の計画位置からのずれ量を求め、そのずれ量分を飛行時間に換算して再着火までの飛行シーケンス基準時刻を修正する方法である。ロール姿勢（バンク角）修正機能は、地上局からのロールルックアングルが計画値から大きくずれないようにして、可視性を確保するもので、この機能付加に伴い、動力飛行時の誘導操舵を3軸操舵方式に変更している。

ここでは、H-Iロケットと異なるヨー誘導則、ロール姿勢（バンク角）修正機能及び3軸操舵方式について、その導出過程を説明する。また、慣性飛行時の姿勢修正方式を若干変更しているため、それを説明する。

5.2.1 ヨー誘導

ヨー誘導則は、共軌道ミッションに対応できるよう、目標軌道面に対するヨー（軌道面外）方向の位置と速度を定義し、それらをゼロに制御する方式である。

ヨー方向の位置及び速度は、目標軌道面に垂直な目標角運動量方向にターゲットベクトルを設定し、その方向に対する地心半径及び慣性速度の成分として、下記のように定義される。

$$r_y = \mathbf{r} \cdot \mathbf{z}_T \quad \dots\dots\dots (5.2.1-1)$$

$$\dot{r}_y \equiv \mathbf{v}_y \cdot \mathbf{z}_T = \mathbf{v} \cdot \mathbf{z}_T \quad \dots\dots\dots (5.2.1-2)$$

ここで、 $\mathbf{r}$: 地心半径ベクトル

$\mathbf{v}$: 慣性速度ベクトル

$\mathbf{z}_T$: ターゲットベクトル（一定値）

また、誘導座標系はH-Iロケットと同じで、下記の通り定義される。

$$\underline{y}_G = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \quad \dots\dots\dots (5.2.1-3)$$

$$\underline{z}_G = \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{r}}{|\mathbf{v} \times \mathbf{r}|} \quad \dots\dots\dots (5.2.1-4)$$

$$\underline{x}_G = \underline{y}_G \times \underline{z}_G \quad \dots\dots\dots (5.2.1-5)$$

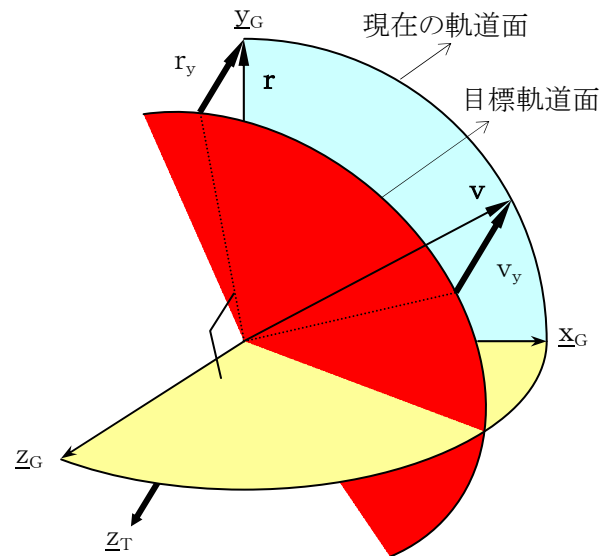
このとき、慣性速度は下記のように表される。

$$\mathbf{v} = v_D \underline{x}_G + \dot{r}_y \underline{y}_G + v_z \underline{z}_G = \begin{pmatrix} v_D \\ \dot{r}_y \\ v_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{x}_G \\ \underline{y}_G \\ \underline{z}_G \end{pmatrix} = \mathbf{D}_G^N \cdot \mathbf{v}_G \quad \dots\dots\dots (5.2.1-6)$$

ここで、 v_D : 接線方向速度（ $\underline{x}_G$ 軸成分）

$\dot{r}_y$: 地心半径方向速度（ $\underline{y}_G$ 軸成分）

v_z : ヨー方向速度（ $\underline{z}_G$ 軸成分）=0



$$\mathbf{v}_G = \begin{pmatrix} v_D \\ \dot{\mathbf{r}} \\ v_z \end{pmatrix} \quad : \text{誘導座標系における速度}$$

$$\mathbf{D}_G^N = (\underline{x}_G, \underline{y}_G, \underline{z}_G) : \text{誘導座標系の方向余弦マトリクス}$$

これを微分して

$$\mathbf{a} \equiv \dot{\mathbf{v}} = \dot{\mathbf{D}}_G^N \cdot \mathbf{v}_G + \mathbf{D}_G^N \cdot \dot{\mathbf{v}}_G = \mathbf{D}_G^N \cdot [\boldsymbol{\omega}_G \times] \cdot \mathbf{v}_G + \mathbf{D}_G^N \cdot \dot{\mathbf{v}}_G = \mathbf{D}_G^N \cdot (\boldsymbol{\omega}_G \times \mathbf{v}_G + \dot{\mathbf{v}}_G) \quad \cdots \cdots (5.2.1-7)$$

ここで、 $\boldsymbol{\omega}_G = \omega_{XG} \cdot \underline{x}_G + \omega_{YG} \cdot \underline{y}_G + \omega_{ZG} \cdot \underline{z}_G$: 誘導座標系の回転角速度

また、ロケットに作用する加速度は、空気力を無視すれば推力加速度と重力加速度の合計で、下記の通り表される。

$$\mathbf{a} \equiv \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{a}_T - \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} \quad \cdots \cdots (5.2.1-8)$$

$$\mathbf{a}_T = a_T (\Psi_R \underline{x}_G + \Psi_P \underline{y}_G + \Psi_Y \underline{z}_G) \quad \cdots \cdots (5.2.1-9)$$

ここで、 μ : 地球重力定数

a_T : 推力加速度

Ψ_R : 推力加速度ベクトルの方向余弦 ($\underline{x}_G$ 軸成分)

Ψ_P : 推力加速度ベクトルの方向余弦 (ピッチ姿勢) ($\underline{y}_G$ 軸成分)

Ψ_Y : 推力加速度ベクトルの方向余弦 (ヨー姿勢) ($\underline{z}_G$ 軸成分)

従って、(5.2.1-8) 式と (5.2.1-7) 式の加速度を誘導座標系に変換して等値すれば

$$\begin{aligned} (\underline{x}_G, \underline{y}_G, \underline{z}_G)^T \cdot \left(\mathbf{a}_T - \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} \right) &= a_T \begin{pmatrix} \Psi_R \\ \Psi_P \\ \Psi_Y \end{pmatrix} - \frac{\mu}{r^2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -\omega_{ZG} & \omega_{YG} \\ \omega_{ZG} & 0 & -\omega_{XG} \\ -\omega_{YG} & \omega_{XG} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_D \\ \dot{\mathbf{r}} \\ v_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{v}_D \\ \ddot{\mathbf{r}} \\ \dot{v}_z \end{pmatrix} \quad \cdots \cdots (5.2.1-10) \end{aligned}$$

よって、誘導座標系における加速度は次式で表される。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{v}}_G \equiv \begin{pmatrix} \dot{v}_D \\ \ddot{\mathbf{r}} \\ \dot{v}_z \end{pmatrix} &= a_T \begin{pmatrix} \Psi_R \\ \Psi_P \\ \Psi_Y \end{pmatrix} - \frac{\mu}{r^2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -\omega_{ZG} & \omega_{YG} \\ \omega_{ZG} & 0 & -\omega_{XG} \\ -\omega_{YG} & \omega_{XG} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_D \\ \dot{\mathbf{r}} \\ v_z \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a_T \Psi_R + \dot{r} \omega_{ZG} - v_z \omega_{YG} \\ a_T \Psi_P - \frac{\mu}{r^2} - v_D \omega_{ZG} + v_z \omega_{XG} \\ a_T \Psi_Y + v_D \omega_{YG} - \dot{r} \omega_{XG} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_T \Psi_R + \dot{r} \omega_{ZG} \\ a_T \Psi_P - \frac{\mu}{r^2} - v_D \omega_{ZG} \\ a_T \Psi_Y + v_D \omega_{YG} - \dot{r} \omega_{XG} \end{pmatrix} \quad \cdots \cdots (5.2.1-11) \end{aligned}$$

誘導座標系の回転角速度は、下記のように誘導座標系の各軸ベクトルを微分して求めることができる。

$$\begin{aligned} \dot{\underline{y}}_G &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\mathbf{r}}{\sqrt{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}}} \right) = \frac{\sqrt{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}} \dot{\mathbf{r}} - \frac{\dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}}{\sqrt{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}}} \mathbf{r}}{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}} = \frac{\mathbf{v}}{r} - \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}) \underline{y}_G}{r^2} = \frac{\mathbf{v}}{r} - \frac{(\mathbf{v} \cdot \underline{y}_G) \underline{y}_G}{r} \\ &= \frac{v_D}{r} \underline{x}_G + \frac{\dot{\mathbf{r}}}{r} \underline{y}_G - \frac{\dot{\mathbf{r}}}{r} \underline{y}_G = \frac{v_D}{r} \underline{x}_G \quad \cdots \cdots (5.2.1-12) \end{aligned}$$

$$\dot{\underline{z}}_G = \frac{d}{dt} \left(\frac{\mathbf{v} \times \mathbf{r}}{\sqrt{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})}} \right) = \frac{\sqrt{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})} \{ (\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}) + (\mathbf{v} \times \dot{\mathbf{r}}) \} - \frac{\{ (\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r}) + (\mathbf{v} \times \dot{\mathbf{r}}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \}}{\sqrt{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})}} (\mathbf{v} \times \mathbf{r})}{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\{(\mathbf{a} \times \mathbf{r}) + (\mathbf{v} \times \mathbf{v})\} - \{(\mathbf{a} \times \mathbf{r}) \cdot \underline{\mathbf{z}}_G + (\mathbf{v} \times \mathbf{v}) \cdot \underline{\mathbf{z}}_G\} \underline{\mathbf{z}}_G}{\sqrt{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})}} = \frac{(\mathbf{a} \times \mathbf{r}) - \{(\mathbf{a} \times \mathbf{r}) \cdot \underline{\mathbf{z}}_G\} \underline{\mathbf{z}}_G}{\sqrt{(\mathbf{v} \times \mathbf{r}) \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{r})}} \\
&= \frac{\mathbf{r}(\mathbf{a}_T \times \underline{\mathbf{y}}_G) - \{\mathbf{r}(\mathbf{a}_T \times \underline{\mathbf{y}}_G) \cdot \underline{\mathbf{z}}_G\} \underline{\mathbf{z}}_G}{\sqrt{\mathbf{r}(\mathbf{v} \times \underline{\mathbf{y}}_G) \cdot \mathbf{r}(\mathbf{v} \times \underline{\mathbf{y}}_G)}} = \frac{\mathbf{a}_T \mathbf{r}(\psi_R \underline{\mathbf{z}}_G - \psi_Y \underline{\mathbf{x}}_G) - \mathbf{a}_T \mathbf{r} \psi_R \underline{\mathbf{z}}_G}{r v_D} = -\frac{\mathbf{a}_T \psi_Y}{v_D} \underline{\mathbf{x}}_G \quad \dots (5.2.1-13)
\end{aligned}$$

$$\dot{\underline{\mathbf{x}}}_G = \dot{\underline{\mathbf{y}}}_G \times \underline{\mathbf{z}}_G + \underline{\mathbf{y}}_G \times \dot{\underline{\mathbf{z}}}_G = \frac{v_D}{r} \underline{\mathbf{x}}_G \times \underline{\mathbf{z}}_G + \underline{\mathbf{y}}_G \times \left(-\frac{\mathbf{a}_T \psi_Y}{v_D}\right) \underline{\mathbf{x}}_G = -\frac{v_D}{r} \underline{\mathbf{y}}_G + \frac{\mathbf{a}_T \psi_Y}{v_D} \underline{\mathbf{z}}_G \quad \dots (5.2.1-14)$$

よって、 $\dot{\mathbf{D}}_G^N = \mathbf{D}_G^N \cdot [\boldsymbol{\omega}_G \times] \equiv \begin{pmatrix} \dot{\underline{\mathbf{x}}}_G & \dot{\underline{\mathbf{y}}}_G & \dot{\underline{\mathbf{z}}}_G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{x}}_G & \underline{\mathbf{y}}_G & \underline{\mathbf{z}}_G \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -\omega_{ZG} & \omega_{YG} \\ \omega_{ZG} & 0 & -\omega_{XG} \\ -\omega_{YG} & \omega_{XG} & 0 \end{pmatrix}$ より

$$\left. \begin{aligned} \omega_{XG} &= 0 \\ \omega_{YG} &= -\frac{\mathbf{a}_T \psi_Y}{v_D} \\ \omega_{ZG} &= -\frac{v_D}{r} \end{aligned} \right\} \dots (5.2.1-15)$$

従って、誘導座標系における加速度(5.2.1-11)式は下記となる。

$$\dot{\mathbf{V}}_G \equiv \begin{pmatrix} \dot{v}_D \\ \ddot{\mathbf{r}} \\ \dot{v}_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_T \psi_R - \frac{r v_D}{r} \\ \mathbf{a}_T \psi_P - \frac{\mu}{r^2} + \frac{v_D^2}{r} \\ 0 \end{pmatrix} \dots (5.2.1-16)$$

次に、上記(5.2.1-2)式のヨー速度を微分してヨー加速度を求めると、下記のように表される。

$$\begin{aligned}
\dot{v}_y &= \dot{\mathbf{V}} \cdot \underline{\mathbf{z}}_T = \left(\dot{v}_D \underline{\mathbf{x}}_G + \ddot{\mathbf{r}} \underline{\mathbf{y}}_G + \dot{v}_Z \underline{\mathbf{z}}_G\right) \cdot \underline{\mathbf{z}}_T + \left(v_D \dot{\underline{\mathbf{x}}}_G + \dot{\mathbf{r}} \dot{\underline{\mathbf{y}}}_G + v_Z \dot{\underline{\mathbf{z}}}_G\right) \cdot \underline{\mathbf{z}}_T \\
&= \left\{ \left(\mathbf{a}_T \psi_R - \frac{r v_D}{r}\right) \underline{\mathbf{x}}_G + \left(\mathbf{a}_T \psi_P - \frac{\mu}{r^2} + \frac{v_D^2}{r}\right) \underline{\mathbf{y}}_G \right\} \cdot \underline{\mathbf{z}}_T + \left\{ v_D \left(-\frac{v_D}{r} \underline{\mathbf{y}}_G + \frac{\mathbf{a}_T \psi_Y}{v_D} \underline{\mathbf{z}}_G\right) + \frac{r v_D}{r} \underline{\mathbf{x}}_G \right\} \cdot \underline{\mathbf{z}}_T \\
&= (\mathbf{a}_T \psi_R)(\underline{\mathbf{z}}_T \cdot \underline{\mathbf{x}}_G) + \left(\mathbf{a}_T \psi_P - \frac{\mu}{r^2}\right)(\underline{\mathbf{z}}_T \cdot \underline{\mathbf{y}}_G) + (\mathbf{a}_T \psi_Y)(\underline{\mathbf{z}}_T \cdot \underline{\mathbf{z}}_G) \quad \dots (5.2.1-17)
\end{aligned}$$

ここでピッチ誘導則の修正線形サイン則と同様に、下記の式が成立するものと仮定する。

$$\frac{\dot{v}_y}{\mathbf{a}_T} = c_{y1} + c_{y2} t \quad \dots (5.2.1-18)$$

よって、(5.2.1-18)式が成立するように(5.2.1-17)式の姿勢で飛行したとき、その時の姿勢が要求姿勢となり、ヨー要求姿勢は下記で表される。

$$\begin{aligned}
\psi_{YD} &= \frac{c_{y1} + c_{y2} t}{\underline{\mathbf{z}}_T \cdot \underline{\mathbf{z}}_G} - \psi_{RD} \frac{\underline{\mathbf{z}}_T \cdot \underline{\mathbf{x}}_G}{\underline{\mathbf{z}}_T \cdot \underline{\mathbf{z}}_G} - \left(\psi_{PD} - \frac{\mu}{\mathbf{a}_T r^2}\right) \frac{\underline{\mathbf{z}}_T \cdot \underline{\mathbf{y}}_G}{\underline{\mathbf{z}}_T \cdot \underline{\mathbf{z}}_G} \\
&= \frac{c_{y1} + c_{y2} t}{\xi_Z} - \psi_{RD} \frac{\xi_X}{\xi_Z} - \left(\psi_{PD} - \frac{\mu}{\mathbf{a}_T r^2}\right) \frac{\xi_Y}{\xi_Z} \quad \dots (5.2.1-19)
\end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \xi_X &= \underline{\mathbf{z}}_T \cdot \underline{\mathbf{x}}_G \\ \xi_Y &= \underline{\mathbf{z}}_T \cdot \underline{\mathbf{y}}_G \\ \xi_Z &= \underline{\mathbf{z}}_T \cdot \underline{\mathbf{z}}_G \end{aligned} \right\} \dots (5.2.1-20)$$

ロケットは、上記の要求姿勢で下記の終端条件を満たすように飛行する。

$$\mathbf{r}_{y(0)} = \mathbf{r}_y, \quad \mathbf{r}_{y(T)} = \mathbf{r}_{yf} \quad (=0)$$

$$\mathbf{v}_{y(0)} = \mathbf{v}_y, \quad \mathbf{v}_{y(T)} = \mathbf{v}_{yf} \quad (=0)$$

従って、(5.2.1-18)式におけるヨー加速度を積分して

$$\mathbf{v}_{y(T)} = \mathbf{v}_{y(0)} + \mathbf{c}_{y1} \int_0^T \mathbf{a}_T dt + \mathbf{c}_{y2} \int_0^T \mathbf{a}_T dt \quad \dots\dots\dots (5.2.1-21)$$

$$\mathbf{r}_{y(T)} = \mathbf{r}_{y(0)} + \mathbf{v}_{y(0)} T + \mathbf{c}_{y1} \int_0^T \int_0^\tau \mathbf{a}_T dt d\tau + \mathbf{c}_{y2} \int_0^T \int_0^\tau \mathbf{a}_T dt d\tau \quad \dots\dots\dots (5.2.1-22)$$

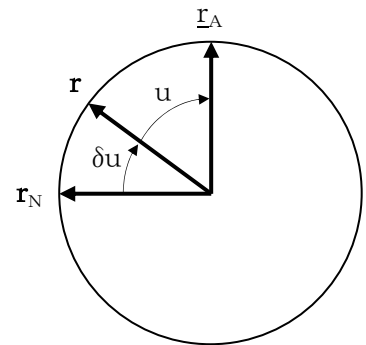
上記の加速度積分はH-Iロケットのピッチ誘導則に示した(4.2.1-11)～(4.2.1-14)式で表されるので、それらを代入して未定定数は下記のように表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_{y1} &= \frac{\mathbf{v}_{y(T)} - \mathbf{v}_{y(0)}}{\Delta V} - \mathbf{c}_{y2} \frac{\tau_m \Delta V - \mathbf{c}^* T}{\Delta V} \\ &= \frac{\mathbf{v}_{yf} - \mathbf{v}_y}{\Delta V} - \mathbf{c}_{y2} \left(\tau_m - \frac{\mathbf{c}^* T}{\Delta V} \right) \quad \dots\dots\dots (5.2.1-23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_{y2} &= \frac{\left\{ \mathbf{r}_{y(T)} - \mathbf{r}_{y(0)} - \mathbf{v}_{y(0)} T \right\} \Delta V - \left\{ \mathbf{v}_{y(T)} - \mathbf{v}_{y(0)} \right\} \left(-\tau_m \Delta V + T \Delta V + \mathbf{c}^* T \right)}{\Delta V \left(-\tau_m^2 \Delta V + \tau_m T \Delta V + \tau_m \mathbf{c}^* T - \frac{\mathbf{c}^* T^2}{2} \right) - \left(\tau_m \Delta V - \mathbf{c}^* T \right) \left(-\tau_m \Delta V + T \Delta V + \mathbf{c}^* T \right)} \\ &= - \frac{\left(\mathbf{r}_{yf} - \mathbf{r}_y - \mathbf{v}_y T \right) + \left\{ \mathbf{v}_{yf} - \mathbf{v}_y \right\} \left(\tau_m - T - \frac{\mathbf{c}^* T}{\Delta V} \right)}{\mathbf{c}^* T \left(\tau_m - \frac{T}{2} - \frac{\mathbf{c}^* T}{\Delta V} \right)} \quad \dots\dots\dots (5.2.1-24) \end{aligned}$$

5.2.2 第2段再着火時刻の調整

第2段を再着火する飛行経路では、ダウンレンジ局で再着火燃焼中のモニタを行うことになるので、そのダウンレンジ局からの可視性を考慮して、再着火位置のばらつきを小さくすることが望まれる。そこで第2段エンジンの初回燃焼で投入した軌道において、初回燃焼停止時から一定時間が経過した時点での緯度引数のずれを求めて飛行時間に換算し、以降の飛行シーケンス基準時刻を修正する。再着火ミッションでは、2段の初回燃焼で投入される軌道は概ね円軌道なので、簡単な式を用いている。



緯度引数のずれは、初回燃焼停止時から一定時間が経過した時点のノミナル位置に垂直なベクトル($\mathbf{r}_A$)を定数として設定しておき、その時点の実際の位置ベクトルとのなす角から下記のように求められる。

$$\frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \cdot \mathbf{r}_A = \cos(u) = \cos(90 - \delta u) = \sin(\delta u) \doteq \delta u \quad \dots\dots\dots (5.2.2-1)$$

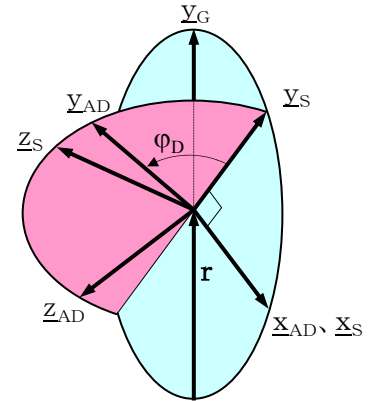
ここで、 $\mathbf{r}_A$: 再着火時刻調整量計算時点のノミナル地心半径に垂直なベクトル(定数)

また、軌道面内の角速度は(5.2.1-15)式に示した $\mathbf{z}_G$ 成分であるから、時刻調整量は下記で表される。

$$\delta T_u = - \frac{r}{v_D} \delta u \quad \dots\dots\dots (5.2.2-2)$$

5.2.3 ロール姿勢(バンク角)修正

ロール姿勢修正機能は、地上局からのロールルックアングルが計画値から大きくずれないように、動力飛行時の誘導においてバンク角を計画値に合わせるものである。本来は、ロールルックアングルを直接、計画値に合わせるように制御した方が正確ではあるが、機体を後ろから見る状態となった(トータルルックアングルが小さい)ときにはロールルックアングルが大きく変化し、それに合わせてロール姿勢を大きく変更することとなって望ましくない。このため、バンク角を合わせる方法を採用した。



要求推力加速度方向ベクトルは、ピッチ／ヨー誘導計算によって誘導座標系で得られる。これに誘導コマンドレートが機体に作用するまでの時間遅れ補償を(4.4-10)式に示したように施して、下記のように表される。

$$\underline{x}_{AD,k+j_0}^G \equiv \begin{pmatrix} \hat{\psi}_{RD,k+j_0} \\ \hat{\psi}_{PD,k+j_0} \\ \hat{\psi}_{YD,k+j_0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{1 - \hat{\psi}_{PD,k+j_0}^2 - \hat{\psi}_{YD,k+j_0}^2} \\ \psi_{PD} + j_0 \Delta t \omega_{PD} \\ \psi_{YD} + j_0 \Delta t \omega_{YD} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (5.2.3-1)$$

この要求推力加速度方向ベクトルに垂直で要求バンク角を持った要求ピッチ軸ベクトルを定義するため、次のように新たな座標系を定義する。

$$\left. \begin{aligned} \underline{x}_S^G &= \underline{x}_{AD,k+j_0}^G \\ \underline{z}_S^G &= \frac{\underline{x}_{AD,k+j_0}^G \times \underline{y}_G^G}{|\underline{x}_{AD,k+j_0}^G \times \underline{y}_G^G|} \\ \underline{y}_S^G &= \underline{z}_S^G \times \underline{x}_S^G \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.2.3-2)$$

$$\text{ここで、} \underline{y}_G^G = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} : \text{誘導座標系から見た} \underline{y}_G \text{軸ベクトル}$$

よって、誘導座標系から見た要求ピッチ軸ベクトルは、要求バンク角を用いて次のように表される。

$$\underline{y}_{AD,k+j_0}^G = \begin{pmatrix} \underline{x}_S^G & \underline{y}_S^G & \underline{z}_S^G \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \cos \varphi_D \\ \sin \varphi_D \end{pmatrix} \dots\dots\dots (5.2.3-3)$$

ここで、 φ_D : 要求バンク角(遅れ補償は無視)

また、要求ヨー軸ベクトルは下記のように設定する。

$$\underline{z}_{AD,k+j_0}^G = \underline{x}_{AD,k+j_0}^G \times \underline{y}_{AD,k+j_0}^G \dots\dots\dots (5.2.3-4)$$

5.2.4 慣性飛行時の姿勢修正

H-Iロケットと同様に、慣性座標系で要求姿勢を設定する方法と、誘導座標系で設定する方法の2つを用意しており、どちらの方法も、同時に3軸操舵を行う方式としている。

慣性座標系で設定する方法は、動力飛行時と共通に5.2.5項の3軸誘導操舵計算を使用する場合には、誘導コマンドの時間遅れを考慮して、遅れ時間だけ経過した後の誘導座標系から見た要求姿勢としなければならない。この補正はH-Iロケットでは省略されている。遅れ時間を考慮した誘導座標系は下記で表され

$$\mathbf{D}_{G,k+j_0}^G = (\mathbf{1} + j_0 \Delta t [\boldsymbol{\omega}_G \times]) \cdots \cdots (5.2.4-1)$$

この誘導座標系を用いて、要求姿勢は下記で設定される。

$$\begin{pmatrix} x_{AD,k+j_0}^{G,k+j_0} & y_{AD,k+j_0}^{G,k+j_0} & z_{AD,k+j_0}^{G,k+j_0} \end{pmatrix} = \left(\mathbf{D}_{G,k+j_0}^G \right)^T \cdot \left(\mathbf{D}_G^N \right)^T \cdot \begin{pmatrix} x_{B_N}^N & y_{B_N}^N & z_{B_N}^N \end{pmatrix} \cdots \cdots (5.2.4-2)$$

ここで、 $x_{B_N}^N$: 慣性座標系から見た機体ロール軸要求姿勢(定数)

$y_{B_N}^N$: 慣性座標系から見た機体ピッチ軸要求姿勢(定数)

$$z_{B_N}^N = x_{B_N}^N \times y_{B_N}^N$$

誘導座標系で設定する方法は、H-Iロケットでは時々刻々の誘導座標系で一定姿勢としているので、回転する誘導座標系に合わせて機体姿勢も回転させる方法となっている。H-IIロケットでは、この無駄な動きをなくすため、姿勢修正操舵終了時点の誘導座標系で一定姿勢となるように、最終の誘導座標系を予測して誘導コマンドレートを求める方法を採用している。

現在の誘導座標系から見た姿勢修正操舵終了時点の誘導座標系は下記で表される。

$$\mathbf{D}_{G(T_G)}^G = (\mathbf{1} + T_G [\boldsymbol{\omega}_G \times]) \cdots \cdots (5.2.4-3)$$

ここで、 $T_G = t_{GE} - t_e$: 現在から姿勢修正操舵終了までの時間

t_{GE} : 2段第1回燃焼停止時点から姿勢修正操舵終了までの時間(定数)

t_e : 2段第1回燃焼停止時点から現在までの時間

上記の姿勢修正操舵終了時点の誘導座標系は慣性系と見なせるから、要求姿勢は慣性系から見て一定姿勢となる。ところが、上記の慣性座標系で要求姿勢を設定するのと同様に、誘導コマンドの時間遅れを考慮して、遅れ時間だけ経過した後の誘導座標系から見た要求姿勢としなければならない。そこで、遅れ保証を考慮した姿勢修正操舵終了時点の誘導座標系が下記で表されるので

$$\mathbf{D}_{G(T_G)}^{G,k+j_0} = \left(\mathbf{D}_{G,k+j_0}^G \right)^T \cdot \mathbf{D}_{G(T_G)}^G \cdots \cdots (5.2.4-4)$$

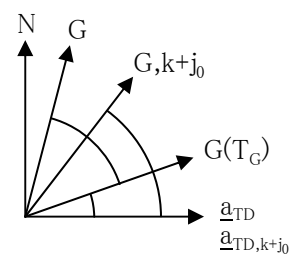
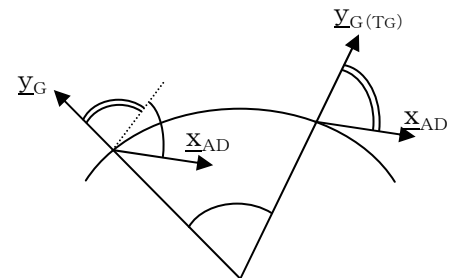
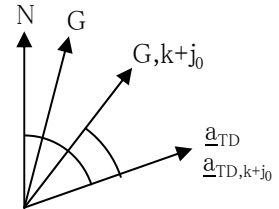
要求姿勢は下記で設定される。

$$\begin{pmatrix} x_{AD,k+j_0}^{G,k+j_0} & y_{AD,k+j_0}^{G,k+j_0} & z_{AD,k+j_0}^{G,k+j_0} \end{pmatrix} = \left(\mathbf{D}_{G(T_G)}^{G,k+j_0} \right)^T \cdot \begin{pmatrix} x_{B_N}^{G(T_G)} & y_{B_N}^{G(T_G)} & z_{B_N}^{G(T_G)} \end{pmatrix} \cdots \cdots (5.2.4-5)$$

ここで、 $x_{B_N}^{G(T_G)}$: 姿勢修正操舵終了時の機体ロール軸要求姿勢(定数)

$y_{B_N}^{G(T_G)}$: 姿勢修正操舵終了時の機体ピッチ軸要求姿勢(定数)

$$z_{B_N}^{G(T_G)} = x_{B_N}^{G(T_G)} \times y_{B_N}^{G(T_G)}$$



5.2.5 3軸誘導操舵

H-Iロケットでは機体座標系を要求方向に向けるので、要求推力加速度方向の座標系と機体座標系の2つの座標系を扱うだけであるが、H-IIロケットでは動力飛行フェーズで加速度計データを用いて推力加速度方向ベクトルを推定し、それを機体座標系から見ながら要求方向に向けるので、実際の加速度方向座標系と要求加速度方向座標系と機体座標系の3つの座標系を扱う必要がある。

推力加速度方向の推定は下記のように行っている。

$$\mathbf{a}_B = (w_F) \mathbf{a}_{B,k-1} + (1-w_F) \frac{\Delta \mathbf{v}_A^B}{|\Delta \mathbf{v}_A^B|} \quad \dots\dots\dots (5.2.5-1)$$

$$\underline{\mathbf{a}}_B = \frac{\mathbf{a}_B}{|\mathbf{a}_B|} \quad \dots\dots\dots (5.2.5-2)$$

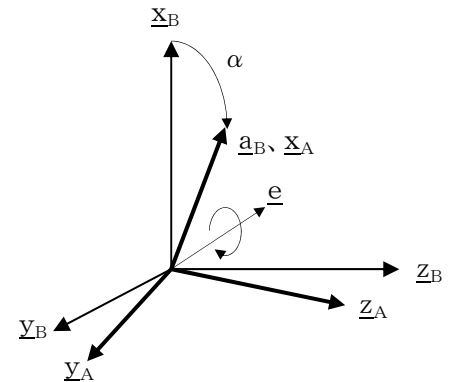
ここで、 w_F : ウェイティングファクタ

$\Delta \mathbf{v}_A^B$: IMU速度増分

添字k-1 : 前回値であることを示す

次に、右図に示したように、機体ロール軸がこの推力加速度方向を向くよう、機体座標系を回転して得られる推力加速度座標系を定義する。

この回転は、関連資料(1)に示したオイラー軸とその周りの回転角を用いて、下記のように表される。



$$\underline{\mathbf{e}} \equiv \begin{pmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{pmatrix} = \frac{\mathbf{x}_B \times \mathbf{a}_B}{|\mathbf{x}_B \times \mathbf{a}_B|} = \frac{1}{\sqrt{a_y^2 + a_z^2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -a_z \\ a_y \end{pmatrix} : \text{オイラー軸} \quad \dots\dots\dots (5.2.5-3)$$

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha &= |\mathbf{x}_B \times \mathbf{a}_B| = \sqrt{a_y^2 + a_z^2} \\ \cos \alpha &= \mathbf{x}_B \cdot \mathbf{a}_B = a_x \end{aligned} \right\} : \text{オイラー軸周りの回転角} \quad \dots\dots\dots (5.2.5-4)$$

$$\begin{pmatrix} \underline{x}_A & \underline{y}_A & \underline{z}_A \end{pmatrix} = \left\{ \mathbf{1} + (1 - \cos \alpha) [\underline{\mathbf{e}} \times]^2 + \sin \alpha [\underline{\mathbf{e}} \times] \right\} \cdot \begin{pmatrix} \underline{x}_B & \underline{y}_B & \underline{z}_B \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (5.2.5-5)$$

よって、機体座標系から見た推力加速度座標系は、上記の回転マトリクスにより下記で表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_A^B &\equiv \begin{pmatrix} \underline{x}_A & \underline{y}_A & \underline{z}_A \end{pmatrix} = \left\{ \mathbf{1} + (1 - \cos \alpha) [\underline{\mathbf{e}} \times]^2 + \sin \alpha [\underline{\mathbf{e}} \times] \right\} \\ &= \begin{pmatrix} 1 - (1 - \cos \alpha)(e_y^2 + e_z^2) & (1 - \cos \alpha)e_x e_y - \sin \alpha e_z & (1 - \cos \alpha)e_x e_z + \sin \alpha e_y \\ (1 - \cos \alpha)e_x e_y + \sin \alpha e_z & 1 - (1 - \cos \alpha)(e_z^2 + e_x^2) & (1 - \cos \alpha)e_y e_z - \sin \alpha e_x \\ (1 - \cos \alpha)e_x e_z - \sin \alpha e_y & (1 - \cos \alpha)e_y e_z + \sin \alpha e_x & 1 - (1 - \cos \alpha)(e_x^2 + e_y^2) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a_x & -a_y & -a_z \\ a_y & 1 - (1 - a_x) \left(\frac{a_y^2}{a_y^2 + a_z^2} \right) & -(1 - a_x) \left(\frac{a_y a_z}{a_y^2 + a_z^2} \right) \\ a_z & -(1 - a_x) \left(\frac{a_y a_z}{a_y^2 + a_z^2} \right) & 1 - (1 - a_x) \left(\frac{a_z^2}{a_y^2 + a_z^2} \right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x & -a_y & -a_z \\ a_y & 1 & 0 \\ a_z & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (5.2.5-6) \end{aligned}$$

ここで、推力ミスアライメントは微小として $a_x \cong 1$ と仮定している。

要求姿勢は5.2.3項及び5.2.4項に示したように、誘導座標系から見た要求推力加速度方向として求められるので、これを誘導コマンドの時間遅れを考慮した(4.4-6)式及び(4.4-7)式を用いて機体座標系から見た方向余弦マトリクスに変換すると

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{AD,k+j_0}^{B,k+j_0} &\equiv \begin{pmatrix} \underline{x}_{AD,k+j_0}^{B,k+j_0} & \underline{y}_{AD,k+j_0}^{B,k+j_0} & \underline{z}_{AD,k+j_0}^{B,k+j_0} \end{pmatrix} \\ &= \left(\mathbf{D}_{B,k+j_0}^N \right)^T \cdot \mathbf{D}_{G,k+j_0}^N \cdot \begin{pmatrix} \underline{x}_{AD,k+j_0}^{G,k+j_0} & \underline{y}_{AD,k+j_0}^{G,k+j_0} & \underline{z}_{AD,k+j_0}^{G,k+j_0} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (5.2.5-7) \end{aligned}$$

また、機体座標系から見た推力加速度座標系は、誘導コマンドの時間遅れ程度の時間範囲では一定値と見なせるので、下記で表される。

$$\mathbf{D}_{A,k+j_0}^{B,k+j_0} = \mathbf{D}_A^B \dots\dots\dots (5.2.5-8)$$

従って、機体座標系から見ながら実際の推力加速度座標系を要求推力加速度座標系まで回転させるには、関連資料(1)に示した座標系間の回転マトリクス及び回転角ベクトルを用いて、下記のように表される。

$$\left(\mathbf{D}_{AD,k+j_0}^{A,k+j_0} \right)^{B,k+j_0} \equiv \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} = \mathbf{D}_{AD,k+j_0}^{B,k+j_0} \cdot \left(\mathbf{D}_{A,k+j_0}^{B,k+j_0} \right)^T \dots\dots\dots (5.2.5-9)$$

$$\begin{aligned} &= \begin{pmatrix} \cos\beta + \left(\frac{1-\cos\beta}{\beta^2} \right) \beta_x^2 & \left(\frac{1-\cos\beta}{\beta^2} \right) \beta_x\beta_y - \frac{\sin\beta}{\beta} \beta_z & \left(\frac{1-\cos\beta}{\beta^2} \right) \beta_x\beta_z + \frac{\sin\beta}{\beta} \beta_y \\ \left(\frac{1-\cos\beta}{\beta^2} \right) \beta_x\beta_y + \frac{\sin\beta}{\beta} \beta_z & \cos\beta + \left(\frac{1-\cos\beta}{\beta^2} \right) \beta_y^2 & \left(\frac{1-\cos\beta}{\beta^2} \right) \beta_y\beta_z - \frac{\sin\beta}{\beta} \beta_x \\ \left(\frac{1-\cos\beta}{\beta^2} \right) \beta_x\beta_z - \frac{\sin\beta}{\beta} \beta_y & \left(\frac{1-\cos\beta}{\beta^2} \right) \beta_y\beta_z + \frac{\sin\beta}{\beta} \beta_x & \cos\beta + \left(\frac{1-\cos\beta}{\beta^2} \right) \beta_z^2 \end{pmatrix} \\ \mathbf{e} &= \begin{pmatrix} d_{32} - d_{23} \\ d_{13} - d_{31} \\ d_{21} - d_{12} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (5.2.5-10) \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\beta} \equiv \begin{pmatrix} \beta_x \\ \beta_y \\ \beta_z \end{pmatrix} = \left(\frac{\beta}{2\sin\beta} \right) \mathbf{e} \dots\dots\dots (5.2.5-11)$$

$$\sin\beta = \frac{1}{2} \sqrt{(d_{32} - d_{23})^2 + (d_{13} - d_{31})^2 + (d_{21} - d_{12})^2} \dots\dots\dots (5.2.5-12)$$

$$\cos\beta = \frac{1}{2} (d_{11} + d_{22} + d_{33} - 1) \dots\dots\dots (5.2.5-13)$$

ここで、 β があまり大きくないときには下記が成り立つから

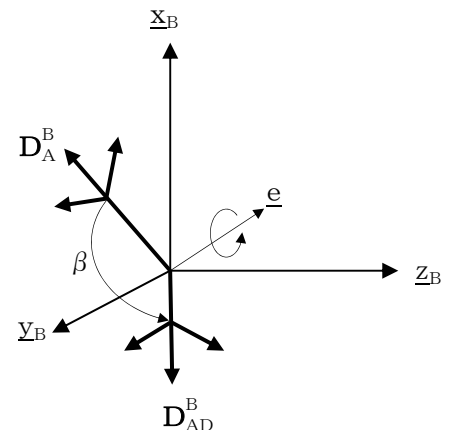
$$\boldsymbol{\beta} \doteq \frac{1}{2} \mathbf{e} \dots\dots\dots (5.2.5-14)$$

誘導コマンドレートは下記で求められる。

$$\boldsymbol{\omega}_C \equiv \begin{pmatrix} \omega_{RC} \\ \omega_{PC} \\ \omega_{YC} \end{pmatrix} = \mathbf{G} \mathbf{e} \dots\dots\dots (5.2.5-15)$$

ここで、 $\mathbf{G}$: 誘導操舵ゲイン

また、 β が大きい場合には誘導コマンドレートを制限する必要があるので、その場合は下記で求める。



$$\boldsymbol{\omega}_C \equiv \begin{pmatrix} \omega_{RC} \\ \omega_{PC} \\ \omega_{YC} \end{pmatrix} = \omega_M \frac{\mathbf{e}}{|\mathbf{e}|} \dots\dots\dots (5.2.5-16)$$

ここで、 ω_M : 誘導コマンド制限値

上記のどちらの式で誘導コマンドレートを求めるかは、(5.2.5-15)式の絶対値が(5.2.5-10)式と(5.2.5-12)式から下記のように表されるから

$$|\boldsymbol{\omega}_C| = G|\mathbf{e}| = 2G \sin \beta$$

よって、下記のように使い分ければよい。

$$\sin \beta < \frac{\omega_M}{2G} \text{ のとき: (5.2.5-15) 式}$$

$$\sin \beta \geq \frac{\omega_M}{2G} \text{ のとき: (5.2.5-16) 式}$$

ところが、 $\sin \beta$ は平方根計算が必要なので、実際は $\cos \beta$ を使って下記のように判定することとする。

$$\cos \beta > \cos \beta_M \text{ のとき: (5.2.5-15) 式}$$

$$\cos \beta \leq \cos \beta_M \text{ のとき: (5.2.5-16) 式}$$

$$\text{ここで、} \cos \beta_M = \sqrt{1 - \sin^2 \beta_M} = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_M}{2G} \right)^2} \quad : \text{定数で与える}$$