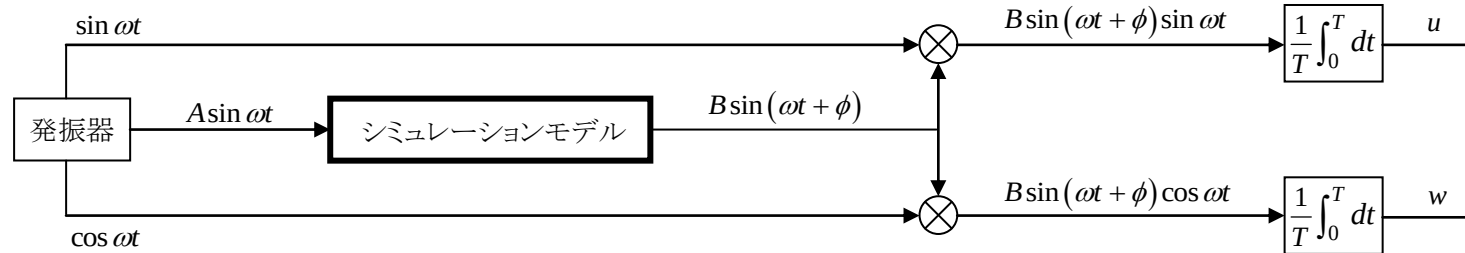


周波数特性の求め方

1 連続系シミュレーションにおける周波数特性の求め方

連続系シミュレーションモデルのゲイン特性及び位相特性は、下記のブロック図に示した方法で求めることができる。



$$u = \frac{1}{T} \int_0^T B \sin(\omega t + \phi) \sin \omega t dt = B \cos \phi \frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t dt + B \sin \phi \frac{1}{T} \int_0^T \sin \omega t \cos \omega t dt \quad \dots \quad (1)$$

$$w = \frac{1}{T} \int_0^T B \sin(\omega t + \phi) \cos \omega t dt = B \sin \phi \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2 \omega t dt + B \cos \phi \frac{1}{T} \int_0^T \sin \omega t \cos \omega t dt \quad \dots \quad (2)$$

上式において、 $\sin^2 \omega t = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t)$ であるから、

$$\int_0^T \sin^2 \omega t dt = \int_0^T \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t) dt = \frac{t}{2} \Big|_0^T - \frac{1}{2} \int_0^T \cos 2\omega t dt \quad \dots \quad (3)$$

ここで $v = 2\omega t$ と置くと $dv = 2\omega dt$ であるから、 $dt = \frac{1}{2\omega} dv$ となって上式の第2項は $\int_0^T \cos 2\omega t dt = \frac{1}{2\omega} \int_0^{2\omega T} \cos v dv = \frac{1}{2\omega} \sin v \Big|_0^{2\omega T} = \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega T$ となるので、

$$\int_0^T \sin^2 \omega t dt = \frac{t}{2} \Big|_0^T - \frac{1}{2} \int_0^T \cos 2\omega t dt = \frac{T}{2} - \frac{1}{4\omega} \sin 2\omega T \quad \dots \quad (4)$$

また、 $\sin \omega t \cos \omega t = \frac{1}{2} \sin 2\omega t$ であるから、上記と同様に $v = 2\omega t$ と置くと、

$$\int_0^T \sin \omega t \cos \omega t dt = \frac{1}{2} \int_0^T \sin 2\omega t dt = \frac{1}{4\omega} \int_0^{2\omega T} \sin v dv = -\frac{1}{4\omega} \cos v \Big|_0^{2\omega T} = \frac{1}{4\omega} (1 - \cos 2\omega T) \quad \dots \quad (5)$$

よって u は、積分時間 T を入力信号の周期の整数倍 $T = \frac{2n\pi}{\omega}$ にとると、

$$u = B \cos \phi \frac{1}{T} \left(\frac{T}{2} - \frac{1}{4\omega} \sin 2\omega T \right) + B \sin \phi \frac{1}{T} \frac{1}{4\omega} (1 - \cos 2\omega T) = B \cos \phi \frac{1}{T} \left(\frac{T}{2} - \frac{1}{4\omega} \sin 4n\pi \right) + B \sin \phi \frac{1}{T} \frac{1}{4\omega} (1 - \cos 4n\pi) = \frac{1}{2} B \cos \phi \quad \dots\dots\dots (6)$$

同様に、 $\cos^2 \omega t = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\omega t)$ であるから、

$$\int_0^T \cos^2 \omega t dt = \int_0^T \frac{1}{2} (1 + \cos 2\omega t) dt = \frac{t}{2} \Big|_0^T + \frac{1}{2} \int_0^T \cos 2\omega t dt \quad \dots\dots\dots (7)$$

よって、

$$w = B \sin \phi \frac{1}{T} \left(\frac{T}{2} + \frac{1}{4\omega} \sin 2\omega T \right) + B \cos \phi \frac{1}{T} \frac{1}{4\omega} (1 - \cos 2\omega T) = \frac{1}{2} B \sin \phi \quad \dots\dots\dots (8)$$

従って、ゲイン及び位相は下記で求められる。

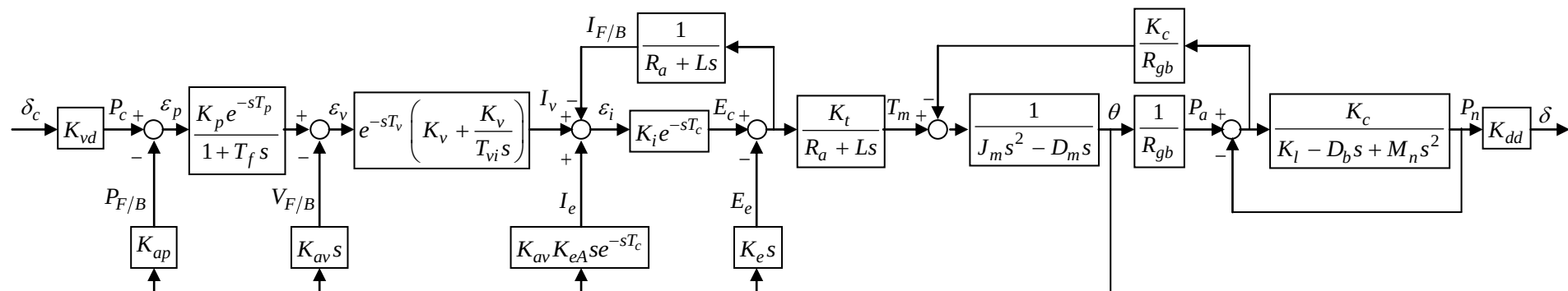
$$\text{ゲイン [dB]} = 20 \log_{10} \left(\frac{2}{A} \sqrt{u^2 + w^2} \right) \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\text{位相 [度]} = \tan^{-1} \left(\frac{w}{u} \right) \quad \dots\dots\dots (10)$$

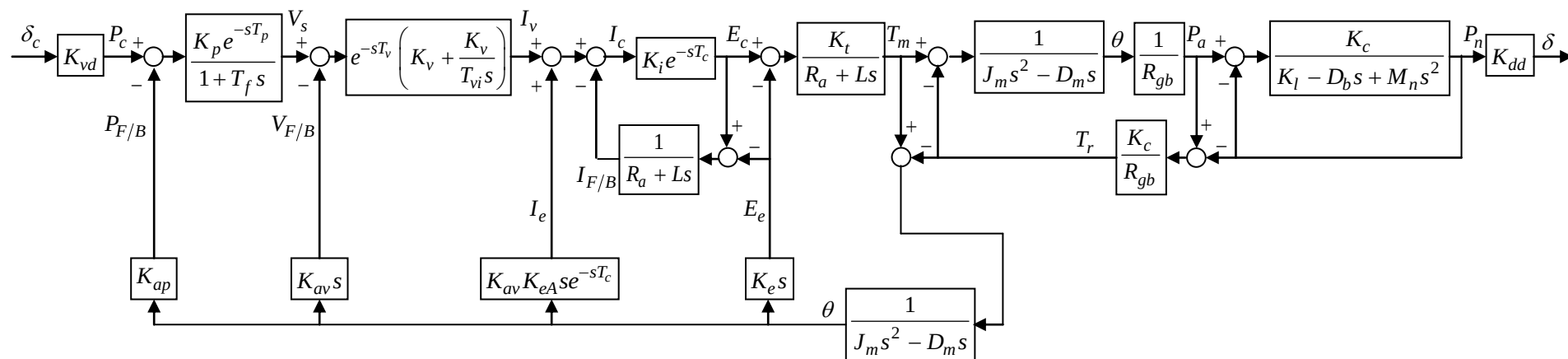
2 複素数演算による周波数特性の求め方

ブロック線図を伝達関数に直し、複素数演算によってゲイン及び位相特性を求める。

(1) リミッタ除去して整理



(2) 引き出し線の位置を加算点の手前に変更



(3) 各部分ごとの伝達関数を求める

$$\begin{aligned}
 G1_{(s)} &= \frac{P_{n(s)}}{P_{a(s)}} = \frac{\left(\frac{K_c}{K_l - D_b s + M_n s^2} \right)}{1 + \left(\frac{K_c}{K_l - D_b s + M_n s^2} \right)} = \frac{K_c}{K_c + K_l - D_b s + M_n s^2} & , \quad G2_{(s)} &= \frac{T_{r(s)}}{P_{a(s)}} = \frac{K_c}{R_{gb}} (1 - G1_{(s)}) \\
 G3_{(s)} &= \frac{P_{a(s)}}{T_{m(s)}} = \frac{\frac{1}{R_{gb}} \left(\frac{1}{J_m s^2 - D_m s} \right)}{1 + \frac{1}{R_{gb}} \left(\frac{1}{J_m s^2 - D_m s} \right) G2_{(s)}} = \frac{1}{R_{gb} s (J_m s - D_m) + G2_{(s)}} & , \quad G4_{(s)} &= \frac{\theta_{(s)}}{T_{m(s)}} = \left(\frac{1}{J_m s^2 - D_m s} \right) (1 - G3_{(s)} G2_{(s)}) \\
 G5_{(s)} &= \frac{T_{m(s)}}{E_{c(s)}} = \frac{\left(\frac{K_t}{R_a + Ls} \right)}{1 + \left(\frac{K_t}{R_a + Ls} \right) K_e s G4_{(s)}} = \frac{K_t}{(R_a + Ls) + K_t K_e s G4_{(s)}} & , \quad G6_{(s)} &= \frac{I_{F/B(s)}}{E_{c(s)}} = \left(\frac{1}{R_a + Ls} \right) \{ 1 - K_e s G5_{(s)} G4_{(s)} \} \\
 G7_{(s)} &= \frac{E_{c(s)}}{I_{c(s)}} = \frac{K_i e^{-sT_c}}{1 + K_i e^{-sT_c} G6_{(s)}} & , \quad G8_{(s)} &= \frac{T_{m(s)}}{I_{v(s)}} = \frac{G7_{(s)} G5_{(s)}}{1 - K_{av} K_{eA} s e^{-sT_c} G7_{(s)} G5_{(s)} G4_{(s)}} \\
 G9_{(s)} &= \frac{T_{m(s)}}{V_{s(s)}} = \frac{e^{-sT_v} \left(K_v + \frac{K_v}{T_{vi} s} \right) G8_{(s)}}{1 + e^{-sT_v} \left(K_v + \frac{K_v}{T_{vi} s} \right) G8_{(s)} K_{av} s G4_{(s)}} & , \quad G10_{(s)} &= \frac{T_{m(s)}}{P_{c(s)}} = \frac{\left(\frac{K_p e^{-sT_p}}{1 + T_f s} \right) G9_{(s)}}{1 + \left(\frac{K_p e^{-sT_p}}{1 + T_f s} \right) G9_{(s)} K_{ap} G4_{(s)}} = \frac{K_p e^{-sT_p} G9_{(s)}}{1 + T_f s + K_p e^{-sT_p} G9_{(s)} K_{ap} G4_{(s)}}
 \end{aligned}$$

(4) 従って、全体の伝達関数は次式で表されるので、 $s = 0 + j\omega$ 、 j :虚数単位、 ω :周波数[rad/s]として複素数演算を行い、下式でゲイン及び位相を求める。

$$\text{指令信号vs応答信号: } G_{(s)} = \frac{\delta_{(s)}}{\delta_{c(s)}} = K_{vd} K_{dd} G10_{(s)} G3_{(s)} G1_{(s)}$$

$$\text{ゲイン [dB]} = 20 \log_{10} \left(\sqrt{G_{(s)real}^2 + G_{(s)imag}^2} \right) , \quad \text{位相 [度]} = \frac{180}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{G_{(s)imag}}{G_{(s)real}} \right)$$