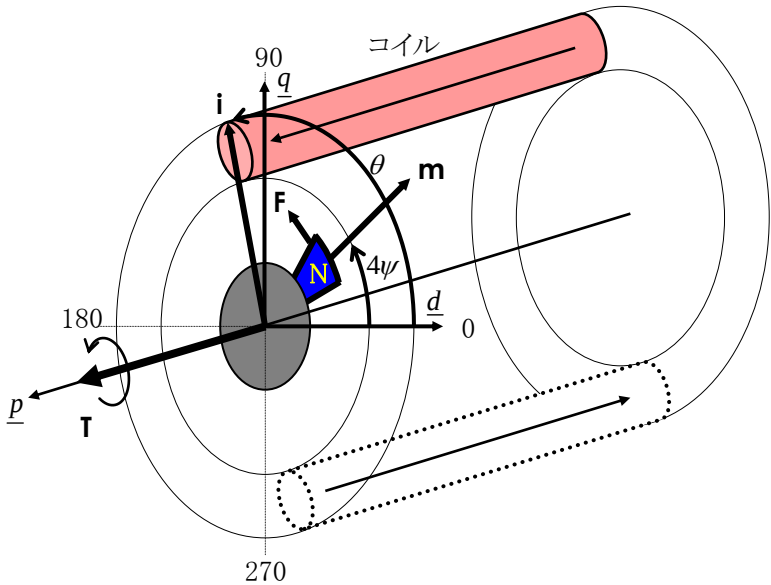
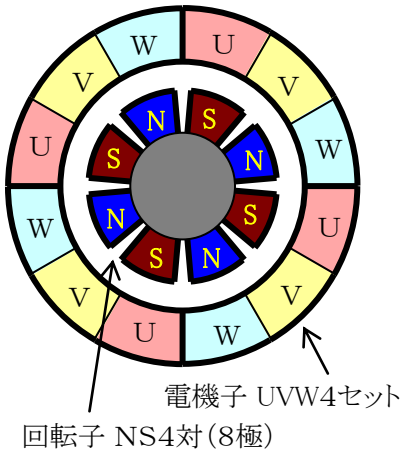


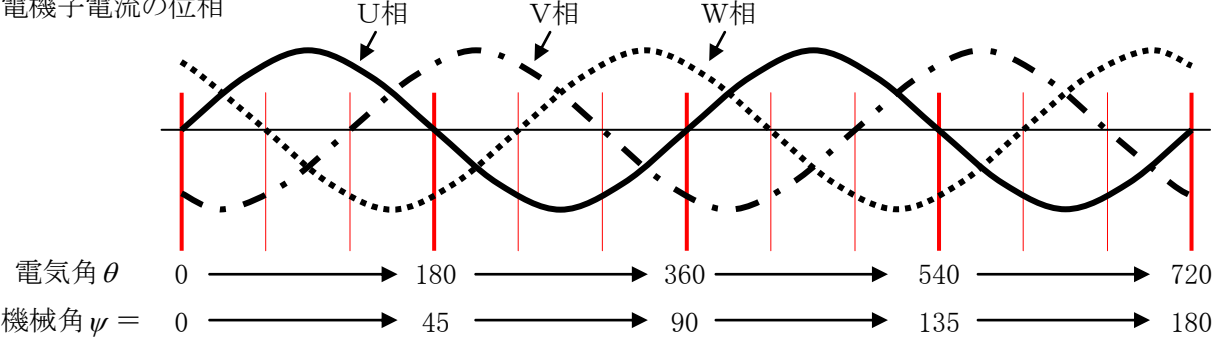
# 3相電動モータの仕組み

## 1 3相電動モータの原理図

3相電動モータ



電機子電流の位相



電機子電流の位相方向ベクトル(3相から2次元直行ベクトルにDQ変換)

$$\mathbf{i}_{(\theta)} \equiv \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_u \\ i_v \\ i_w \end{pmatrix}$$

回転子磁界方向ベクトル

$$\mathbf{m}_{(\psi)} \equiv \begin{pmatrix} m_d \\ m_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(4\psi - \alpha) \\ \sin(4\psi - \alpha) \end{pmatrix}$$

角度  $\alpha = 30^\circ \sim 90^\circ$

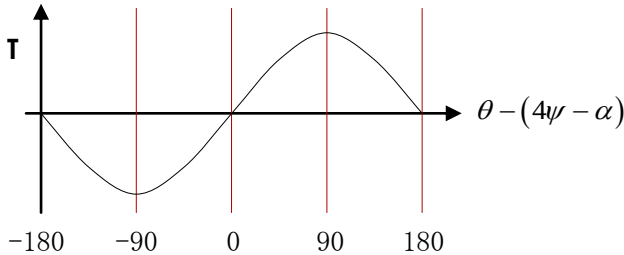
回転子に働く電磁トルク

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ T_p \end{pmatrix} = \mathbf{m}_{(\psi)} \times \mathbf{i}_{(\theta)} = \begin{vmatrix} \underline{d} & \underline{q} & \underline{p} \\ m_d & m_q & 0 \\ i_d & i_q & 0 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m_d i_q - m_q i_d \end{pmatrix}$$

$$T_m = K_T \times T_p$$

$T_m$  : モータトルク [N・m]

$K_T$  : モータ・トルク定数 [N・m/A]



## 2 DQ変換

3相交流の各相の信号の大きさは下記のように表される。

$$U = P \sin \theta$$

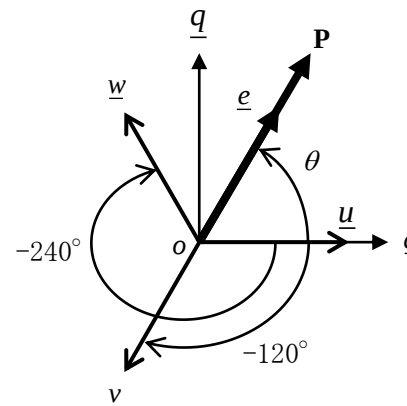
$$V = P \sin(\theta - 120) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$W = P \sin(\theta - 240)$$

ここで右図に示したように、直交座標系  $(o-d, q)$  を定義し、この座標軸単位ベクトルを  $\underline{d}, \underline{q}$  と表す。この直交座標系の中で3相交流の各位相方向に単位ベクトル  $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$  を定義する。

このとき、角度  $\theta$  方向に任意のベクトル  $\mathbf{P}$  を定義し、各位相方向の単位ベクトル  $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$  成分を用いれば、次のように表現できる。

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} P_u \\ P_v \\ P_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P} \cdot \underline{u} \\ \mathbf{P} \cdot \underline{v} \\ \mathbf{P} \cdot \underline{w} \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \cos(\theta + 120^\circ) \\ \cos(\theta + 240^\circ) \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (2)$$



上記(1)式の  $V, W$  を展開して

$$V = P \sin(\theta - 120) = P(\sin \theta \cos 120 - \cos \theta \sin 120) = P \left( -\frac{1}{2} \sin \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta \right)$$

$$W = P \sin(\theta - 240) = P(\sin \theta \cos 240 - \cos \theta \sin 240) = P \left( -\frac{1}{2} \sin \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta \right)$$

上記の2式から下記の式が導き出せる。

$$\cos \theta = \frac{1}{P\sqrt{3}}(W - V) \quad \dots\dots\dots (3)$$

さらに、この式を用いて下記の式が導き出せる。

$$\cos(\theta + 120) = \cos \theta \cos 120 - \sin \theta \sin 120 = -\frac{1}{2} \cos \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{P\sqrt{3}}(W - V) \right\} - \frac{\sqrt{3}}{2} \left( \frac{U}{P} \right) = \frac{1}{2P\sqrt{3}}(-3U + V - W) = \frac{1}{P\sqrt{3}}(V - U) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\cos(\theta + 240) = \cos \theta \cos 240 - \sin \theta \sin 240 = -\frac{1}{2} \cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{P\sqrt{3}}(W - V) \right\} + \frac{\sqrt{3}}{2} \left( \frac{U}{P} \right) = \frac{1}{2P\sqrt{3}}(+3U + V - W) = \frac{1}{P\sqrt{3}}(U - W)$$

これら(3)式および(4)式を(2)式に代入すると、3相の任意の信号ベクトルは下記のように表される。

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} P_u \\ P_v \\ P_w \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \cos(\theta + 120^\circ) \\ \cos(\theta + 240^\circ) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} W - V \\ V - U \\ U - W \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} \cdots \cdots \cdots (5)$$

次に、この任意のベクトル  $\mathbf{P}$  を直交座標系  $(o-d, q)$  で表すと

$$\begin{aligned} \mathbf{P} = \begin{pmatrix} P_d \\ P_q \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \underline{d} \cdot \underline{u} & \underline{d} \cdot \underline{v} & \underline{d} \cdot \underline{w} \\ \underline{q} \cdot \underline{u} & \underline{q} \cdot \underline{v} & \underline{q} \cdot \underline{w} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_u \\ P_v \\ P_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(0) & \cos(-120) & \cos(-240) \\ \cos(90) & \cos(-210) & \cos(-330) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_u \\ P_v \\ P_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_u \\ P_v \\ P_w \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 0 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ \sqrt{3} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} \cdots \cdots \cdots (6) \end{aligned}$$

ところで単位ベクトル  $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$  は直交していないので、信号の大きさが  $P=1$  の時、上記(6)式のベクトル  $\mathbf{P}$  の大きさが1の単位ベクトルになるように正規化すると

$$\underline{e} = \begin{pmatrix} e_d \\ e_q \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin \theta \\ \sin(\theta - 120^\circ) \\ \sin(\theta - 240^\circ) \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin \theta \\ -\frac{1}{2} \sin \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta \\ -\frac{1}{2} \sin \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta \end{pmatrix} = \frac{6}{4\Delta} \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \cdots \cdots \cdots (7)$$

$$\underline{e}^2 = e_d^2 + e_q^2 = \left( -\frac{6}{4\Delta} \sin \theta \right)^2 + \left( -\frac{6}{4\Delta} \cos \theta \right)^2 = \frac{9}{4\Delta^2} = 1 \text{ より、} \frac{1}{\Delta} = \frac{2}{3} \cdots \cdots \cdots (8)$$

ゆえに、上記(6)式は下記のように書き直される。

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} P_d \\ P_q \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} \cdots \cdots \cdots (9)$$